



# CURSO CONSTRUCCIÓN EN MADEIRA

Setembro - Outubro 2007

Título: RESUMEN DE TEORÍA

Ponente: MANUEL GUAITA FERNANDEZ

Organismo/Empresa: U. DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

# RESUMEN

## Metodología para obtener las resistencias de cálculo:

- A) Elegir la Especie y conocer la procedencia
- B) En función de la Calidad tenemos la Clase Resistente

**Tabla C.1. Asignación de clase resistente para diferentes especies arbóreas y procedencias según normas de clasificación.**

Norma	Especie (Procedencia)	Clase resistente									
		C14	C16	C18	C22	C24	C27	C30	C35	D35	D40
UNE 56.544	Pino silvestre (España)	-	-	ME-2	-	-	ME-1	-	-	-	-
	Pino pinaster (España)	-	-	ME-2	-	ME-1	-	-	-	-	
	Pino insignis (España)	-	-	ME-2	-	ME-1	-	-	-	-	
	Pino laricio (España)	-	-	ME-2	-	-	-	ME-1	-	-	
NF B 52.001-4	Abeto (Francia)	-	-	-	ST-III	ST-II	-	ST-I	-	-	
	Falso abeto (Francia)	-	-	-	ST-III	ST-II	-	ST-I	-	-	
	Pino oregón (Francia)	-	-	-	ST-III	ST-II	-	-	-	-	
	Pino pinaster (Francia)	-	-	ST-III	-	ST-II	-	-	-	-	
DIN 4074	Abeto (Europa: Central, N y E)	-	S7	-	-	S10	-	S13	-	-	
	Falso abeto (Europa: Central, N y E)	-	S7	-	-	S10	-	S13	-	-	
	Pino silvestre (Europa: Central, N y E)	-	S7	-	-	S10	-	S13	-	-	
INSTA 142	Abeto (Europa: N y NE)	T0	-	T1	-	T2	-	T3	-	-	
	Falso abeto (Europa: N y NE)	T0	-	T1	-	T2	-	T3	-	-	
	Pino silvestre (Europa: N y NE)	T0	-	T1	-	T2	-	T3	-	-	
BS 4978	Abeto (Reino Unido)	-	GS	-	-	SS	-	-	-	-	
	Pino silvestre (Reino Unido).	-	GS	-	-	SS	-	-	-	-	
BS 5756	Iroko (Africa)	-	-	-	-	-	-	-	-	HS	
	Jarrah (Australia)	-	-	-	-	-	-	-	-	HS	
	Teca (Africa y Asia SE)	-	-	-	-	-	-	-	-	HS	

# NOTACION

---

- **Solicitaciones:**

- |                    |   |                          |       |
|--------------------|---|--------------------------|-------|
| - Axil:            | N | - Axil de cálculo:       | $N_d$ |
| - Cortante:        | V | - Cortante de cálculo:   | $V_d$ |
| - Momento flector: | M | - Momento f. de cálculo: | $M_d$ |

- **Tensiones aplicadas:**

- Tensiones normales:  $\sigma$
- Tensiones tangenciales:  $\tau$

- **Propiedades del material:  $X_{u,v,w}$**

- X propiedad mecánica (f: resistencia y E, G: módulos de elast.)
- u clase de tensión (t: tracción, c: compresión; m: flexión, v: cortante)
- v ángulo de la tensión respecto a la fibra (0: paralela, 90: perpend.,  $\alpha$ : oblicua)
- w (k: característica, d: cálculo)

- **Ejemplo:**

resistencia de cálculo a tracción paralela a la fibra:  $f_{t,0,d}$

# RESUMEN

## Metodología para obtener las resistencias de cálculo:

### C) Con la Clase Resistente tomar los Valores Característicos

Propiedades		Clase resistente											
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50
<b>Resistencia (característica) en N/mm<sup>2</sup></b>													
- Flexión	$f_{m,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50
- Tracción paralela	$f_{t,0,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30
- Tracción perpendicular.	$f_{t,90,k}$	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
- Compresión paralela	$f_{c,0,k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29
- Compresión perpendicular	$f_{c,90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2
- Cortante	$f_{v,k}$	1,7	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,8	3,0	3,4	3,8	3,8	3,8
<b>Rigidez, en kN/mm<sup>2</sup></b>													
- Módulo de elasticidad paralelo medio	$E_{0,medio}$	7	8	9	9,5	10	11	12	12	13	14	15	16
- Módulo de elasticidad paralelo 5 <sup>o</sup> -percentil	$E_{0,k}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	8,0	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7
- Módulo de elasticidad perpendicular medio	$E_{90,medio}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,40	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53
- Módulo transversal medio	$G_{medio}$	0,44	0,50	0,56	0,59	0,63	0,69	0,75	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00
<b>Densidad, en kg/m<sup>3</sup></b>													
- Densidad característica	$\rho_k$	290	310	320	330	340	350	370	380	400	420	440	460
- Densidad media	$\rho_{medio}$	350	370	380	390	410	420	450	460	480	500	520	550

# RESUMEN

## Metodología para obtener las resistencias de cálculo:

### C) Con la Clase Resistente tomar los Valores Característicos

Tabla E.2 Madera aserrada. Especies frondosas							
Valores de las propiedades asociadas a cada Clase resistente							
Propiedades		Clase Resistente					
		D30	D35	D40	D50	D60	D70
<b>Resistencia (característica), en N/mm<sup>2</sup></b>							
- Flexión	$f_{m,k}$	30	35	40	50	60	70
- Tracción paralela	$f_{t,0,k}$	18	21	24	30	36	42
- Tracción perpendicular.	$f_{t,90,k}$	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
- Compresión paralela	$f_{c,0,k}$	23	25	26	29	32	34
-Compresión perpendicular.	$f_{c,90,k}$	8,0	8,4	8,8	9,7	10,5	13,5
- Cortante	$f_{v,k}$	3,0	3,4	3,8	4,6	5,3	6,0
<b>Rigidez, kN/mm<sup>2</sup></b>							
- Módulo de elasticidad paralelo medio	$E_{0,medio}$	10	10	11	14	17	20
- Módulo de elasticidad paralelo 5º-percentil	$E_{0,k}$	8,0	8,7	9,4	11,8	14,3	16,8
- Módulo de elasticidad perpendicular medio	$E_{90,medio}$	0,64	0,69	0,75	0,93	1,13	1,33
- Módulo transversal medio	$G_{medio}$	0,60	0,65	0,70	0,88	1,06	1,25
<b>Densidad, kg/m<sup>3</sup></b>							
- Densidad característica	$\rho_k$	530	560	590	650	700	900
- Densidad media	$\rho_{medio}$	640	670	700	780	840	1080

# RESUMEN

## Metodología para obtener las resistencias de cálculo:

C) Con la Clase Resistente tomar los Valores Característicos

Propiedades	Clase Resistente				
	GL24h	GL28h	GL32h	GL36h	
<b>Resistencia (característica), en N/mm<sup>2</sup></b>					
- Flexión	$f_{m,g,k}$	24	28	32	36
- Tracción paralela	$f_{t,0,g,k}$	16,5	19,5	22,5	26
- Tracción perpendicular	$f_{t,90,g,k}$	0,4	0,45	0,5	0,6
- Compresión paralela	$f_{c,0,g,k}$	24	26,5	29	31
- Compresión perpendicular	$f_{c,90,g,k}$	2,7	3,0	3,3	3,6
- Cortante	$f_{v,g,k}$	2,7	3,2	3,8	4,3
<b>Rigidez, en kN/mm<sup>2</sup></b>					
- Módulo de elasticidad paralelo medio	$E_{0,g,medio}$	11,6	12,6	13,7	14,7
- Módulo de elasticidad paralelo 5 <sup>o</sup> -percentil	$E_{0,g,k}$	9,4	10,2	11,1	11,9
- Módulo de elasticidad perpendicular medio	$E_{90,g,medio}$	0,39	0,42	0,46	0,49
- Módulo transversal medio	$G_{g,medio}$	0,72	0,78	0,85	0,91
<b>Densidad, en kg/m<sup>3</sup></b>					
Densidad característica	$\rho_{g,k}$	380	410	430	450

# RESUMEN

## Metodología para obtener las resistencias de cálculo:

D) Con el Tipo de Madera y la situación de cálculo obtener el coeficiente parcial de seguridad del material

Tabla 2.3 Coeficientes parciales de seguridad para el material,  $\gamma_M$ .

**Situaciones persistentes y transitorias:**

- Madera maciza	1,30
- Madera laminada encolada	1,25
- Madera microlaminada, tablero contrachapado, tablero de virutas orientadas	1,20
- Tablero de partículas y tableros de fibras (duros, medios, densidad media, blandos)	1,30
- Uniones	1,30
- Placas clavo	1,25

**Situaciones extraordinarias:** 1,0

# RESUMEN

## Metodología para obtener las resistencias de cálculo:

---

D) Si la pieza está sometida a un análisis de flexión o tracción paralela analizar el efecto del volumen de la pieza en la resistencia de la madera a través del factor de altura  $k_h$

Madera Aserrada:

$$k_h = \left( \frac{150}{h} \right)^{0,2} \leq 1,3$$

Madera Laminada Encolada:

$$k_h = \left( \frac{600}{h} \right)^{0,1} \leq 1,1$$

E) Si la pieza forma parte de un sistema de carga compartida se puede mejorar la resistencia con el coeficiente  $k_{sys}$

$$k_{sys} = 1,1$$

# RESUMEN

## Metodología para obtener las resistencias de cálculo:

- F) Plantear las Combinaciones de Acciones asignando una duración de carga. Atribuir la duración de la hipótesis simple que la tenga menor. No olvidar el estudio de una combinación específica para la carga permanente aislada.

### MAYORACIÓN DE LOS ESFUERZOS E.L.U.

$$S_d = \sum 1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_1 + \sum 1,5 \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_i$$

Tabla 2.2 Clases de duración de las acciones

Clase de duración	Duración aproximada acumulada de la acción en valor característico	Acción
Permanente	más de 10 años	Permanente, peso propio
Larga	de 6 meses a 10 años	Apeos o estructuras provisionales no itinerantes
Media	de una semana a 6 meses	sobrecarga de uso; nieve en localidades de >1000 m
Corta	menos de una semana	viento; nieve en localidades de < 1000 m
Instantánea	algunos segundos	sismo

# RESUMEN

## Metodología para obtener las resistencias de cálculo:

G) En función de la combinación de acciones a comprobar elegir el  $k_{\text{mod}}$  para incorporar de forma práctica al cálculo la influencia de la duración de la carga y del contenido de humedad de la madera.

Tabla 2.4 Valores del factor  $k_{\text{mod}}$ .

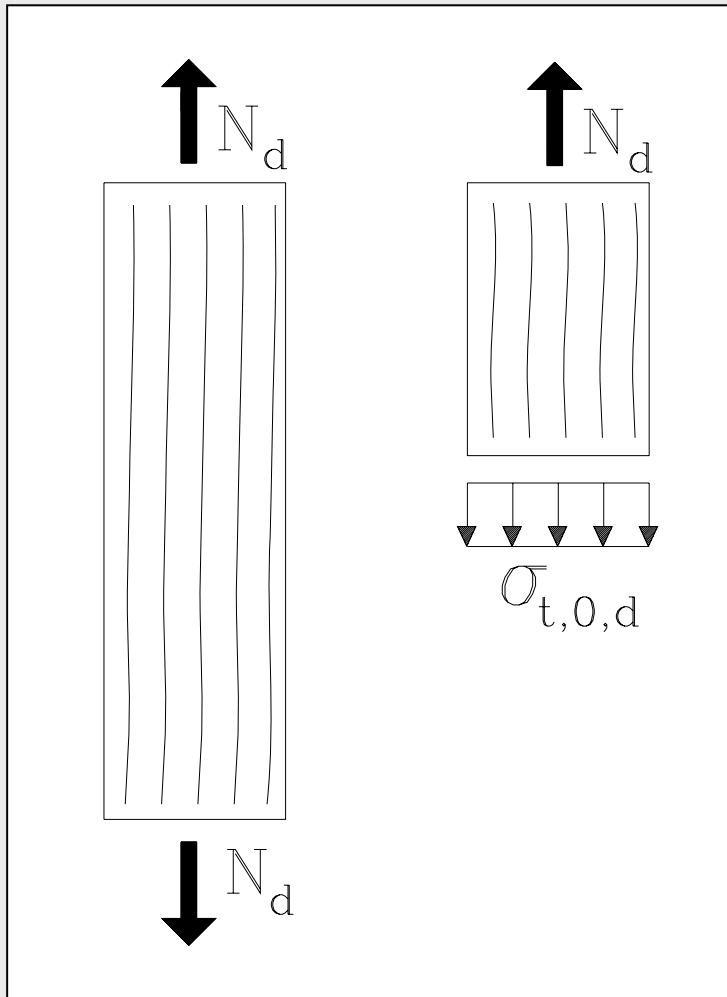
Material	Norma	Clase de servicio	Clase de duración de la carga				
			Permanente	Larga	Media	Corta	Instantánea
Madera maciza		1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
Madera laminada encolada		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
Madera microlaminada		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

H) Deducir los valores de Cálculo con la siguiente expresión.

$$X_d = k_{\text{mod}} \left( \frac{X_k}{\gamma_M} \right)$$

# Comprobación de tensiones paralelas a la fibra

## Tracción paralela a la fibra: Teoría



$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_d}{A_n}$$

$A_n$  : Área neta de la sección

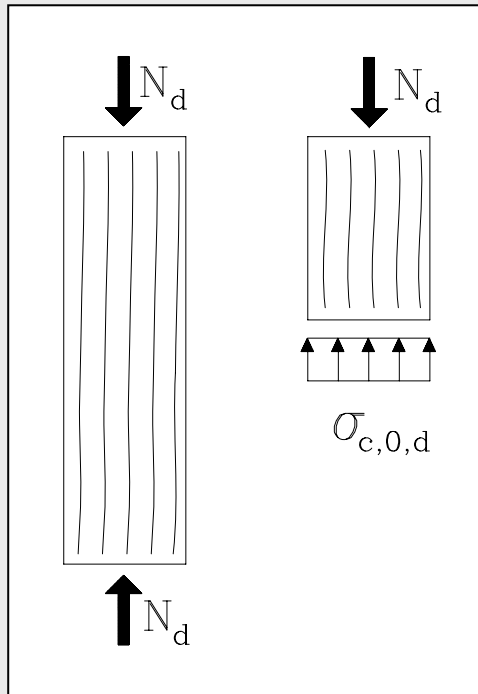
$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} \leq 1$$

**El área neta** se deduce descontando de la sección bruta taladros, muescas y rebajos excepto orificios de clavos con diámetro inferior a 6mm.

Con varios elementos de fijación se descuentan todos los agujeros dentro de una distancia igual a la mitad de la separación mínima entre herrajes

# Comprobación de tensiones paralelas a la fibra

## Compresión paralela a la fibra: Teoría



$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A_n}$$

$A_n$  : Área neta de la sección

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \leq 1$$

**El área neta** se deduce descontando de la sección bruta taladros, muescas y rebajes con las excepciones siguientes:

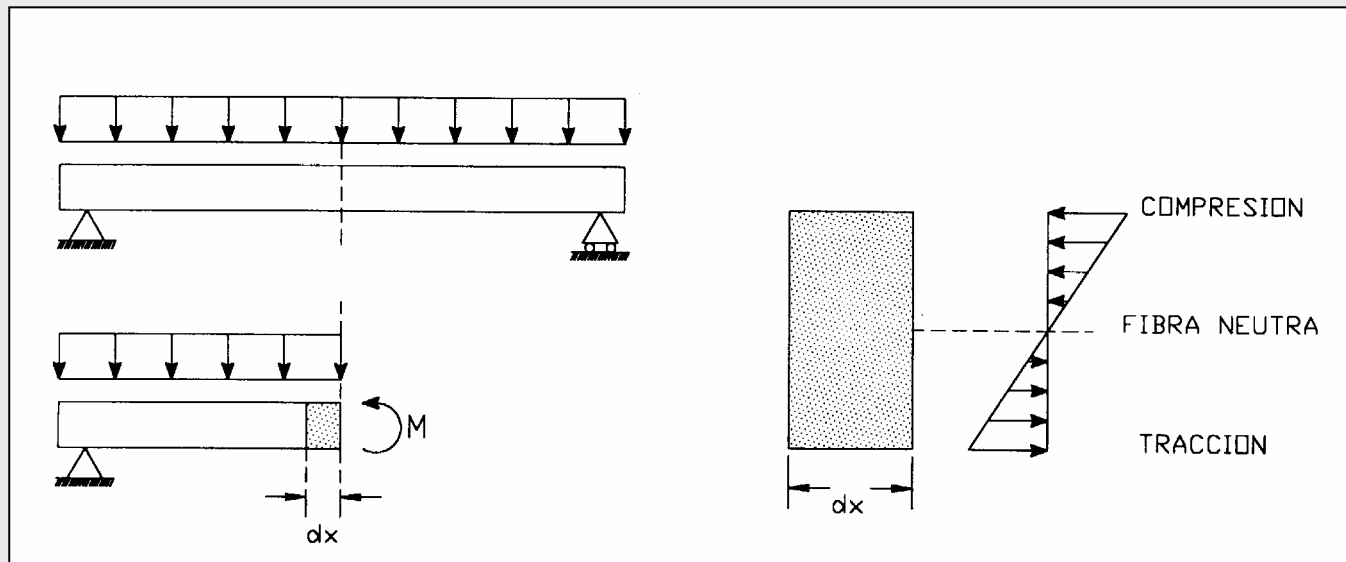
Clavos con diámetro inferior a 6mm introducidos sin pretaladro.

Agujeros en la zona comprimida de las piezas, si están rellenos con un material más rígido que la madera

*Nota: Esta comprobación no tiene en cuenta el pandeo. Queda limitada a piezas poco esbeltas o situaciones localizadas.*

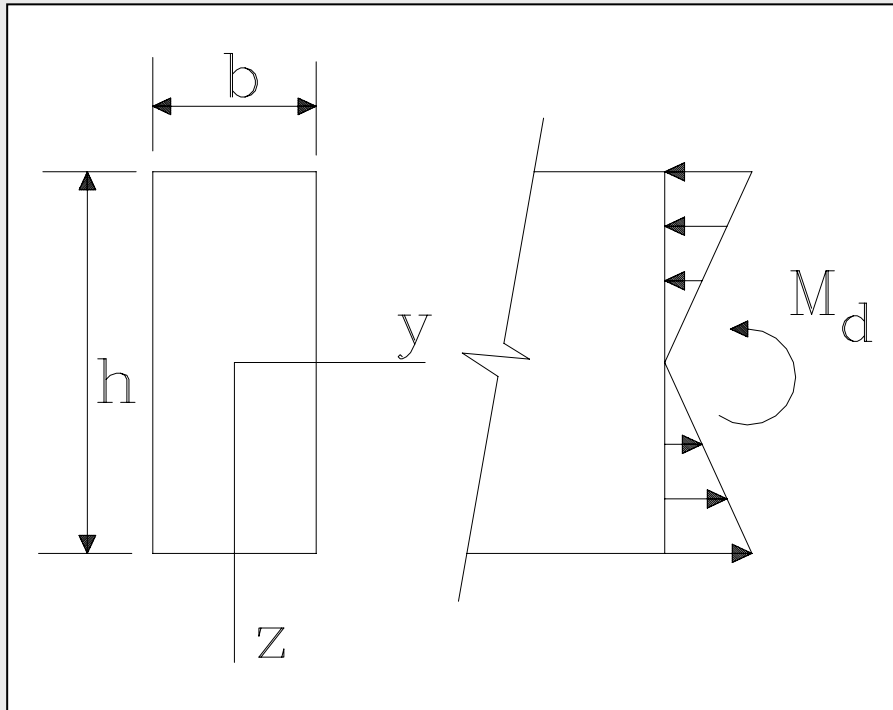
# Comprobación de tensiones paralelas a la fibra

## Flexión Simple



# Comprobación de tensiones paralelas a la fibra

## Flexión Simple: Teoría



$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W_y}$$

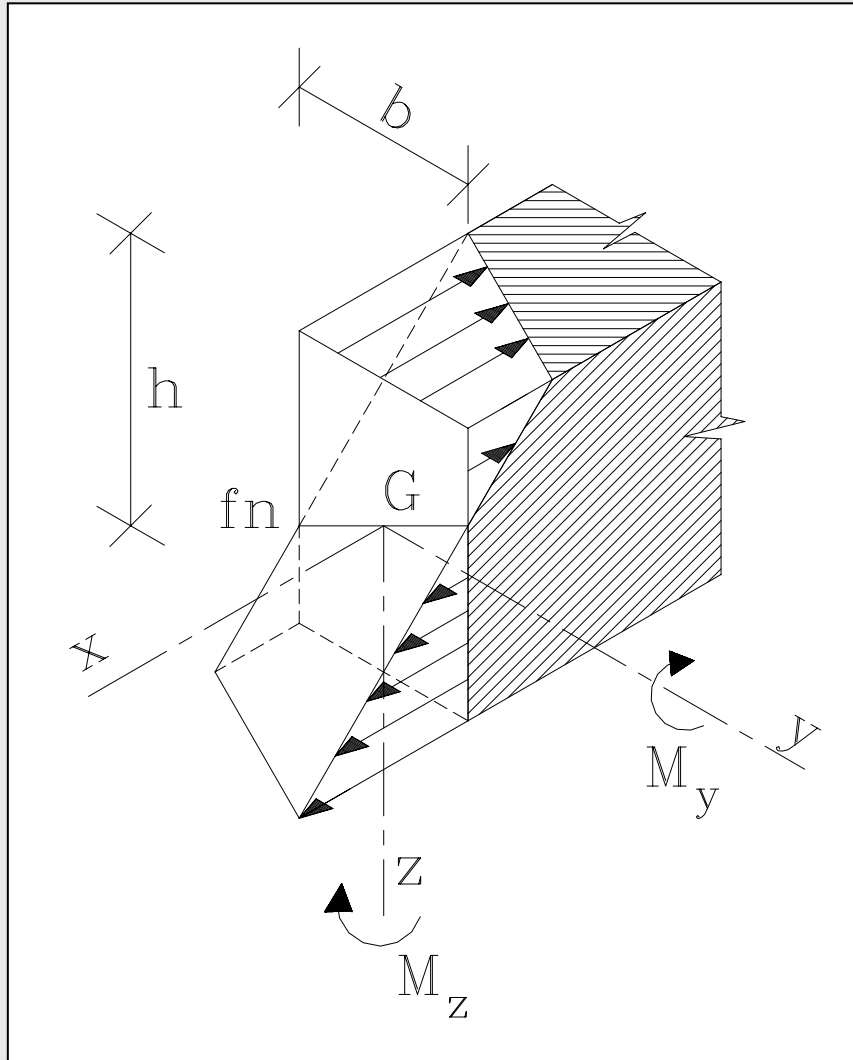
$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1$$

*Nota: Esta comprobación no tiene en cuenta el vuelco lateral.*

# Comprobación de tensiones paralelas a la fibra

## Flexión Esviada: Teoría



$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} ; \sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_z}$$

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (1)$$

$$k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (2)$$

$k_m$

Factor con valor:

0,7

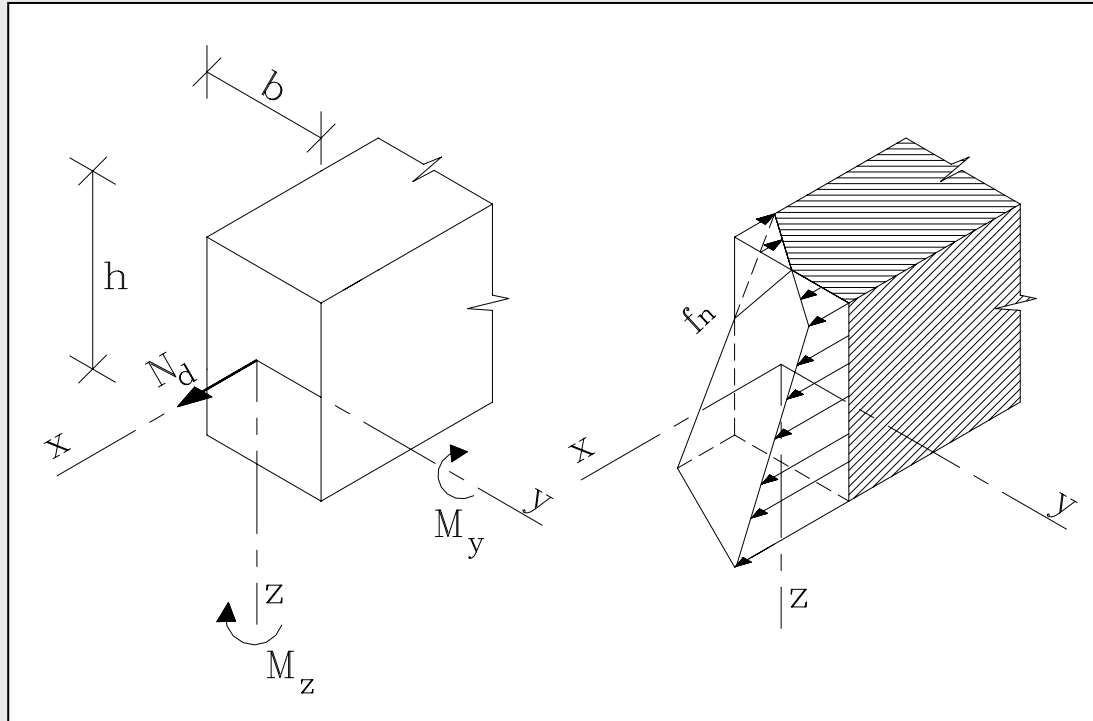
sección rectangular

1,0

otras secciones

# Comprobación de tensiones paralelas a la fibra

## FlexoTracción: Teoría



$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (1)$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (2)$$

$k_m$

Factor con valor:

0,7

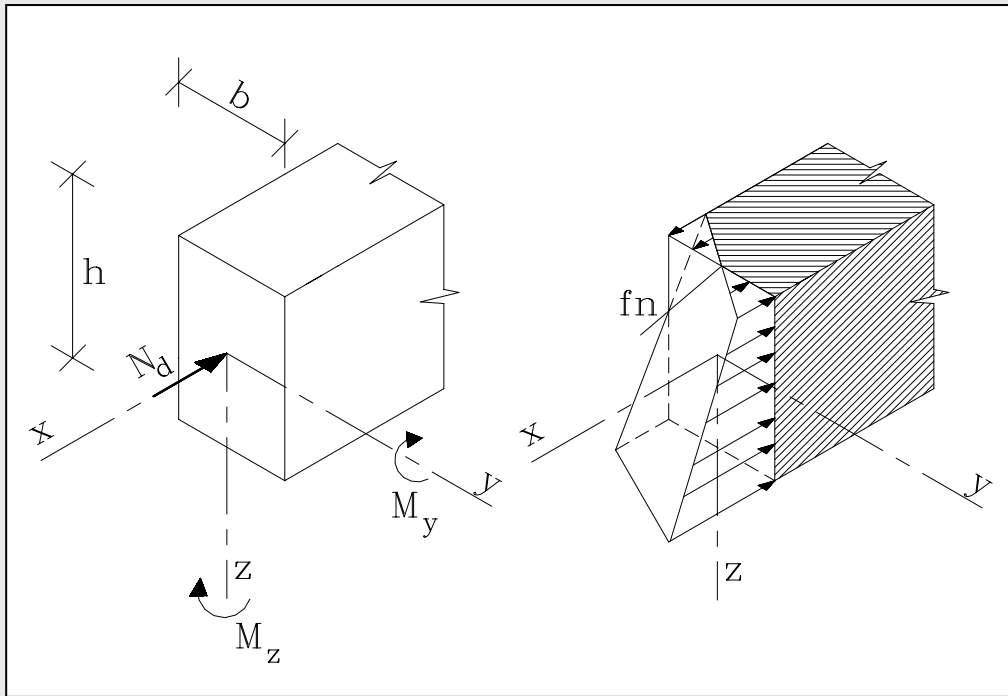
sección rectangular

1,0

otras secciones

# Comprobación de tensiones paralelas a la fibra

## FlexoCompresión ( Sin pandeo): Teoría



$$(1) \quad \left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$(2) \quad \left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$k_m$

Factor con valor:

0,7

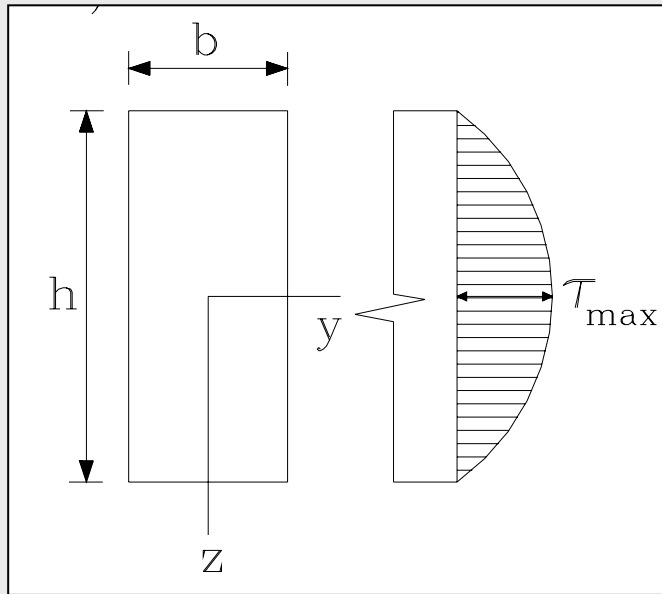
sección rectangular

1,0

otras secciones

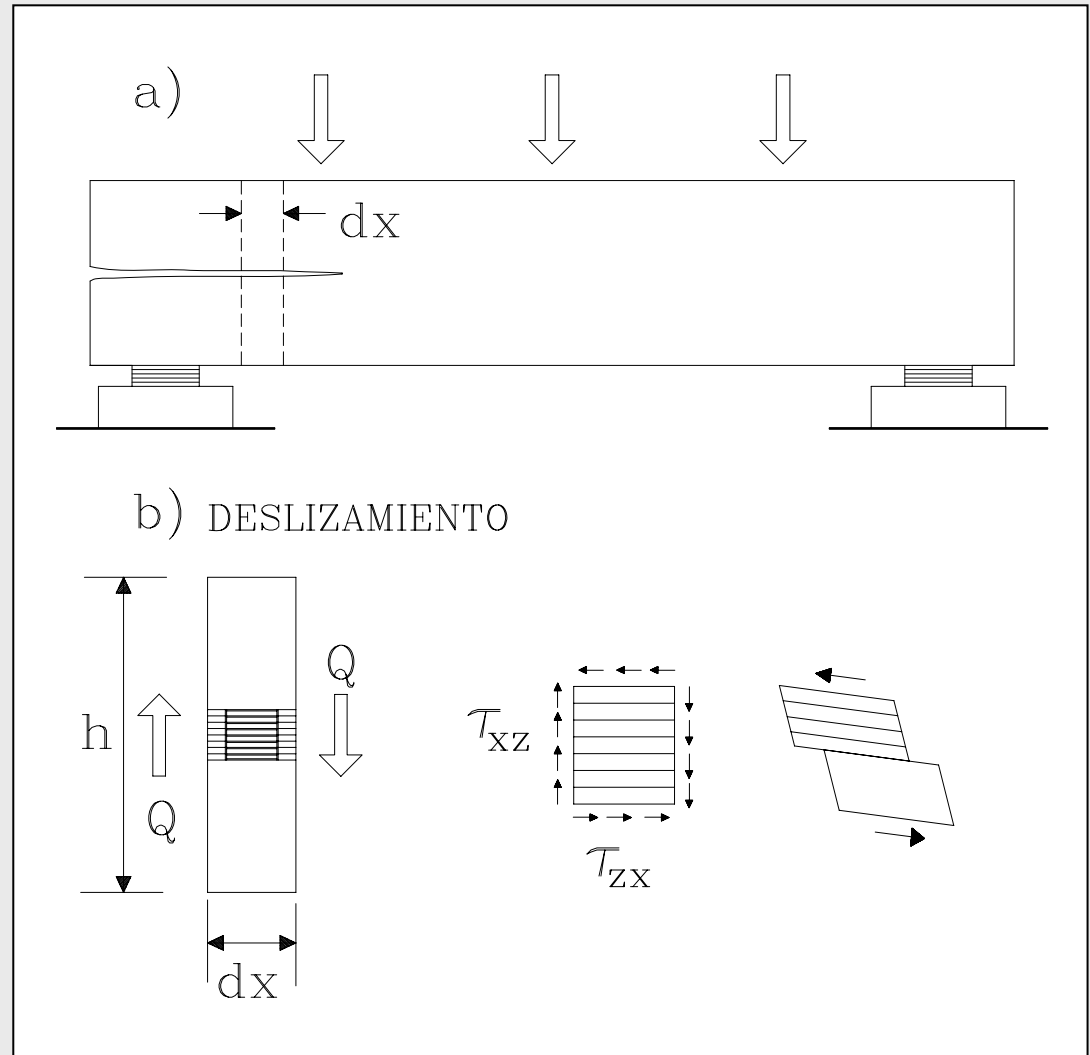
# Comprobación de tensiones tangenciales

## Cortante: Teoría



$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{b \cdot h}$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$



# Comprobación de tensiones paralelas a la fibra

## Torsión: Teoría

$$\frac{\tau_{tor,d}}{k_{forma} \cdot f_{v,d}} \leq 1$$

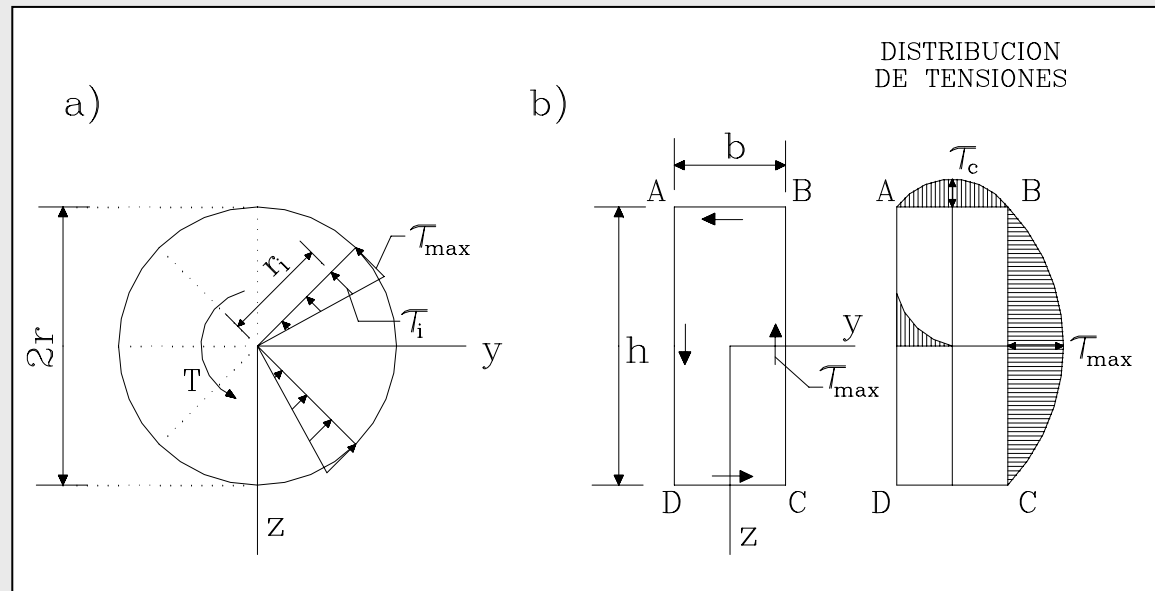
donde:

$\tau_{tor,d}$  tensión tangencial de cálculo debida a la torsión

$f_{v,d}$  resistencia de cálculo a cortante, definida anteriormente

$k_{forma}$  factor que depende de la forma de la sección transversal:

$$k_{forma} = \left. \begin{array}{l} 1,2 \quad \text{Sección circular} \\ \min \left\{ \begin{array}{l} 1 + 0,15 \frac{h}{b} \\ 2,0 \end{array} \right\} \quad \text{Sección rectangular (h > b)} \end{array} \right\}$$



# Comprobación de tensiones perpendiculares a la fibra

## Compresión Perpendicular: Teoría

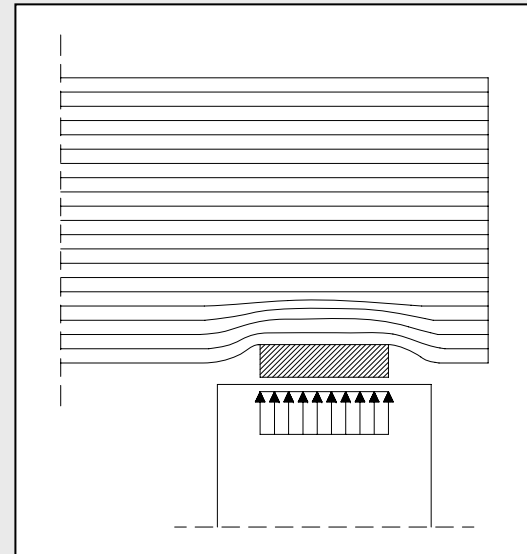
$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \leq 1$$

donde:

$\sigma_{c,90,d}$  tensión de cálculo a compresión perpendicular a la fibra.

$f_{c,90,d}$  resistencia de cálculo a compresión perpendicular a la fibra.

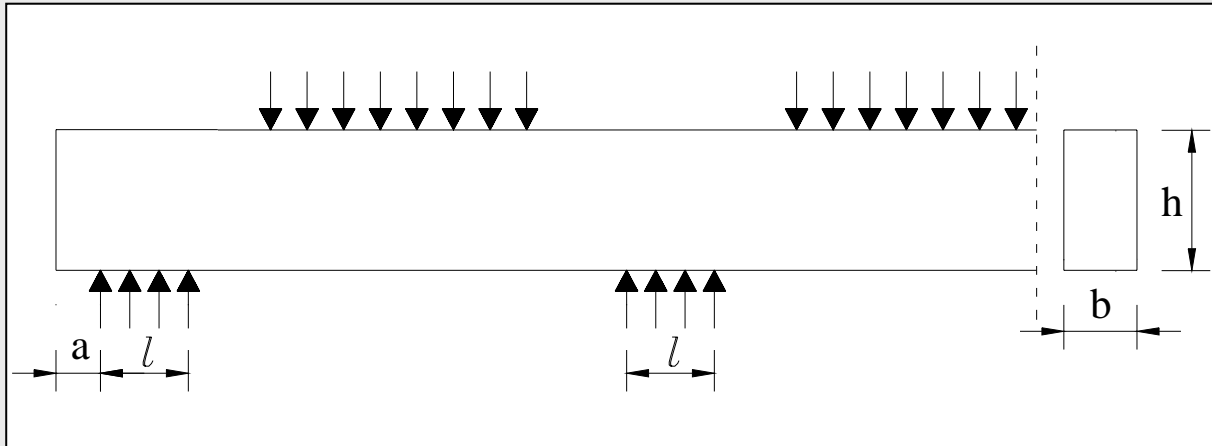
$k_{c,90}$  factor que tiene en cuenta la distribución de la carga, la posibilidad de hienda y la deformación máxima por compresión perpendicular.



# Comprobación de tensiones perpendiculares a la fibra

## Compresión Perpendicular: Teoría

### Viga que descansa sobre varios apoyos



En apoyos más próximos que  $h/3$  del extremo de la viga

$$k_{c,90} = \left( 2,38 - \frac{l}{250} \right) \cdot \left( 1 + \frac{h}{12 \cdot l} \right)$$

En apoyos intermedios

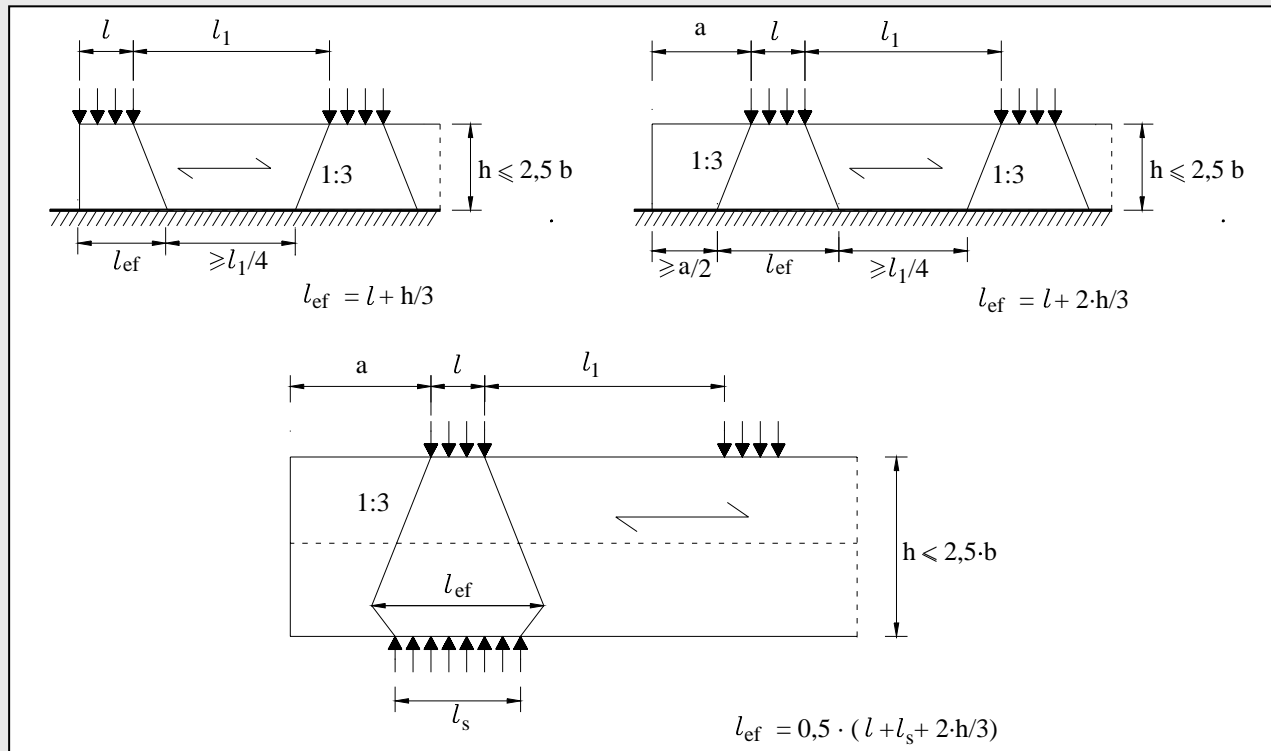
$$k_{c,90} = \left( 2,38 - \frac{l}{250} \right) \cdot \left( 1 + \frac{h}{6 \cdot l} \right)$$

$l$ ; longitud de contacto en mm  
 $h$ ; canto de la pieza en mm

# Comprobación de tensiones perpendiculares a la fibra

## Compresión Perpendicular: Teoría

### Pieza en la que el canto $h < 2,5 b$



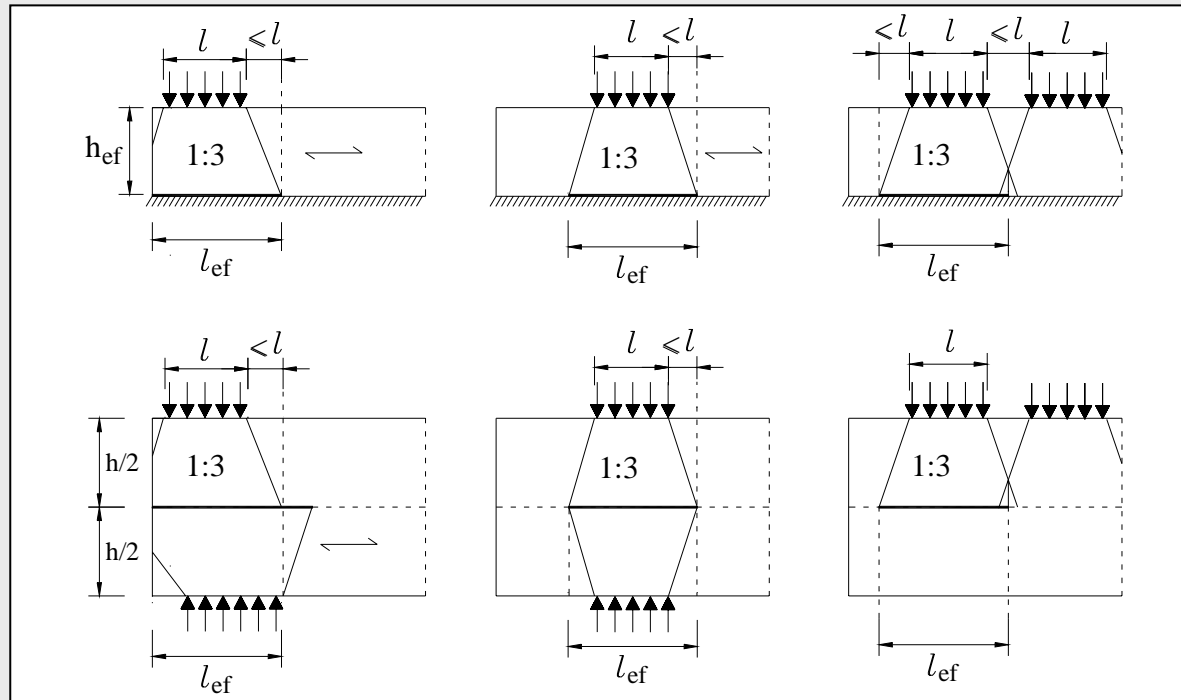
En el caso en el que  $h < 2,5 \cdot b$  y la compresión se aplica en la totalidad del ancho  $b$  de una cara mientras que la otra cara está soportada sobre una superficie continua o sobre soportes aislados

$$k_{c,90} = \left( 2,38 - \frac{l}{250} \right) \cdot \sqrt{\frac{l_{ef}}{l}}$$

# Comprobación de tensiones perpendiculares a la fibra

## Compresión Perpendicular: Teoría

Pieza en la que el canto  $h > 2,5 b$

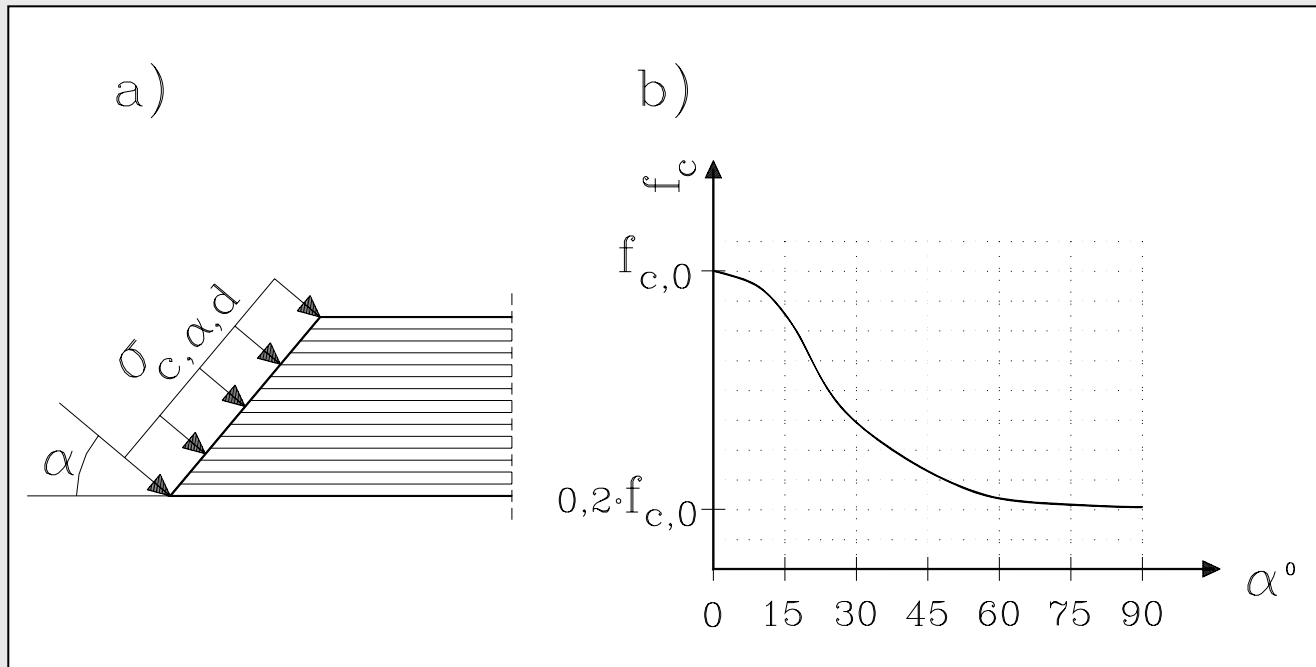


En el caso en el que  $h > 2,5 \cdot b$  y la compresión se aplica en la totalidad del ancho  $b$  de una cara sobre una longitud, menor del mayor valor de los siguientes,  $100 \text{ mm}$  o  $h$  y además la pieza está soportada sobre una superficie continua o sobre soportes enfrentados a la carga:

$$k_{c,90} = \frac{l_{ef}}{l}$$

# Comprobación de tensiones inclinadas a la fibra

## Compresión Oblicua: Teoría



$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{f_{c,\alpha,d}} \leq 1$$

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha}$$

# INESTABILIDAD POR PANDEO

## El Coeficiente de Pandeo $\chi_c$ : Teoría

Esbeltez relativa:

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit}}}$$

Al ser:  $\sigma_{c,crit,y} = \pi^2 \cdot E_{0,05} / \lambda_y^2$ ;  $\sigma_{c,crit,z} = \pi^2 \cdot E_{0,05} / \lambda_z^2$ , resulta:

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}}$$

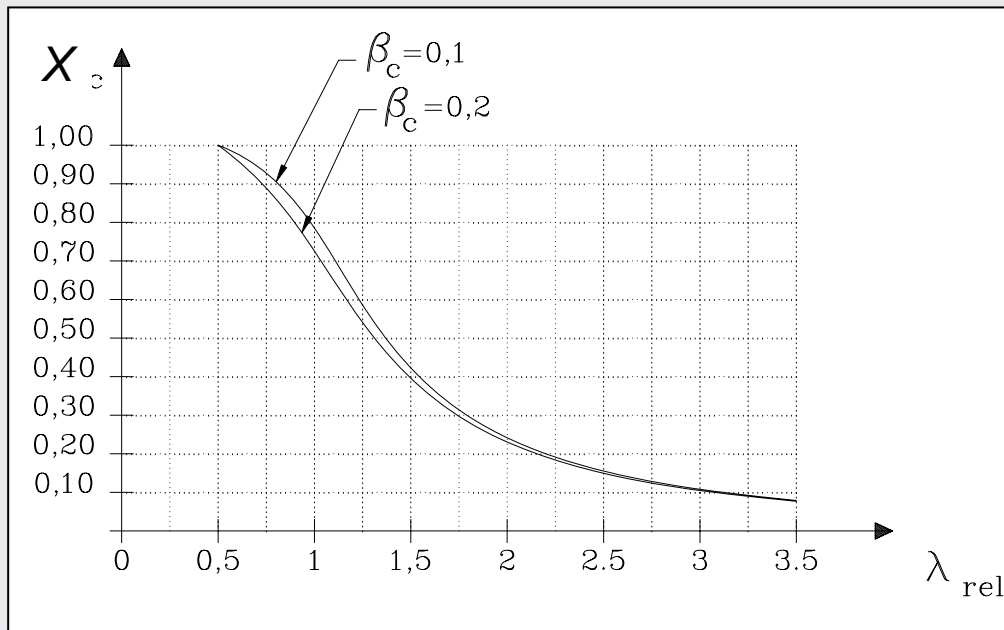
Coeficiente de pandeo:

$$\chi_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}}$$

En donde:

$$k = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2)$$

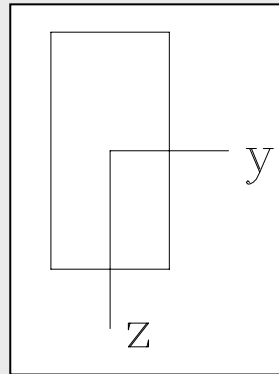
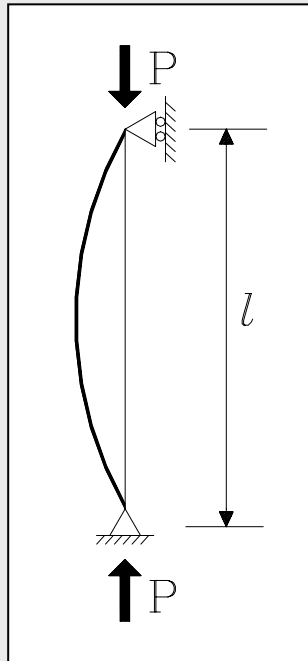
$\beta_c = 0,2$  madera aserrada  
 $\beta_c = 0,1$  madera laminada



# INESTABILIDAD POR PANDEO

## El Coeficiente de Pandeo $\chi_c$ : Teoría

Reducción de la resistencia a compresión



Esbelteces  
mecánicas

$$\lambda_y = \frac{l_{k,y}}{i_y}$$
$$\lambda_z = \frac{l_{k,z}}{i_z}$$

Radios de giro  
 $i^2 = I / A$

$$i_y = 0,288 \cdot h$$
$$i_z = 0,288 \cdot b$$

Esbeltez mecánica  
Clase resistente

Tablas

Factor de pandeo:  $\chi_c \leq 1$

$\chi_c \cdot f_{c,0,d}$

# Tabla de factores $X_c$

**Tabla 6.1 Valores del factor de pandeo  $\chi_c$  ( $\chi_{c,y}$  o  $\chi_{c,z}$ ), para las diferentes clases resistentes de madera maciza y laminada encolada, en función de la esbeltez mecánica y de la clase resistente.**

Clase Resistente	Esbeltez mecánica de la pieza																		
	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
C14	0,98	0,93	0,86	0,74	0,60	0,48	0,39	0,31	0,26	0,22	0,18	0,16	0,14	0,12	0,11	0,09	0,08	0,08	0,07
C16	0,99	0,94	0,87	0,77	0,64	0,51	0,41	0,34	0,28	0,23	0,20	0,17	0,15	0,13	0,11	0,10	0,09	0,08	0,07
C18	0,99	0,94	0,88	0,78	0,65	0,53	0,43	0,35	0,29	0,24	0,21	0,18	0,15	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
C20	0,99	0,94	0,88	0,78	0,66	0,54	0,43	0,35	0,29	0,25	0,21	0,18	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
C22	0,99	0,94	0,88	0,78	0,66	0,53	0,43	0,35	0,29	0,24	0,21	0,18	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
C24	0,99	0,95	0,89	0,80	0,68	0,55	0,45	0,37	0,31	0,26	0,22	0,19	0,16	0,14	0,13	0,11	0,10	0,09	0,08
C27	0,99	0,95	0,89	0,80	0,69	0,57	0,46	0,38	0,31	0,26	0,22	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09	0,08
C30	0,99	0,95	0,88	0,79	0,67	0,55	0,44	0,36	0,30	0,25	0,22	0,19	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
C35	0,99	0,95	0,88	0,79	0,67	0,55	0,45	0,36	0,30	0,25	0,22	0,19	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
C40	0,99	0,95	0,89	0,80	0,69	0,56	0,46	0,38	0,31	0,26	0,22	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09	0,08
C45	0,99	0,95	0,89	0,81	0,69	0,57	0,47	0,38	0,32	0,27	0,23	0,20	0,17	0,15	0,13	0,12	0,11	0,10	0,09
C50	0,99	0,95	0,89	0,81	0,69	0,57	0,47	0,38	0,32	0,27	0,23	0,20	0,17	0,15	0,13	0,12	0,11	0,09	0,09
D30	0,99	0,95	0,88	0,79	0,67	0,55	0,44	0,36	0,30	0,25	0,22	0,19	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
D35	0,99	0,95	0,88	0,79	0,67	0,55	0,45	0,36	0,30	0,25	0,22	0,19	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
D40	0,99	0,95	0,89	0,80	0,69	0,56	0,46	0,38	0,31	0,26	0,22	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09	0,08
D50	1,00	0,96	0,91	0,83	0,73	0,61	0,50	0,42	0,35	0,29	0,25	0,21	0,19	0,16	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09
D60	1,00	0,96	0,92	0,85	0,76	0,65	0,54	0,45	0,38	0,32	0,27	0,23	0,20	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11	0,10
D70	1,00	0,97	0,93	0,87	0,79	0,69	0,58	0,49	0,41	0,35	0,30	0,26	0,22	0,20	0,17	0,16	0,14	0,13	0,11
GL24h	1,00	0,98	0,95	0,89	0,80	0,66	0,54	0,44	0,36	0,30	0,25	0,22	0,19	0,16	0,15	0,13	0,12	0,10	0,09
GL28h	1,00	0,98	0,95	0,89	0,79	0,65	0,53	0,43	0,35	0,29	0,25	0,21	0,19	0,16	0,14	0,13	0,11	0,10	0,09
GL32h	1,00	0,98	0,94	0,89	0,79	0,65	0,52	0,43	0,35	0,29	0,25	0,21	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11	0,10	0,09
GL36h	1,00	0,98	0,94	0,89	0,79	0,65	0,53	0,43	0,35	0,29	0,25	0,21	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11	0,10	0,09
GL24c	1,00	0,98	0,96	0,91	0,84	0,72	0,60	0,49	0,41	0,34	0,29	0,25	0,21	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,11
GL28c	1,00	0,98	0,95	0,91	0,82	0,70	0,57	0,47	0,39	0,32	0,27	0,24	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10
GL32c	1,00	0,98	0,95	0,90	0,82	0,69	0,57	0,46	0,38	0,32	0,27	0,23	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10
GL36c	1,00	0,98	0,95	0,90	0,81	0,68	0,56	0,45	0,37	0,31	0,27	0,23	0,20	0,17	0,15	0,13	0,12	0,11	0,10

# INESTABILIDAD POR PANDEO

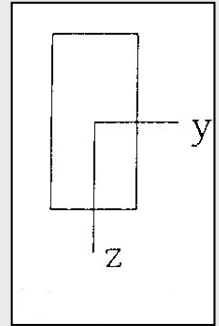
## Comprobación de Secciones: Teoría

En compresión centrada:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} = 1$$
$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} = 1$$

En flexocompresión:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = 1$$
$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{\chi_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = 1$$



En donde:

$$\chi_{c,y} \text{ es función de } \lambda_y = \frac{l_{k,y}}{i_y}$$
$$\chi_{c,z} \text{ es función de } \lambda_z = \frac{l_{k,z}}{i_z}$$

# INESTABILIDAD POR PANDEO

## Longitudes de Pandeo

**Longitud de pandeo:** es la longitud de la columna patrón de Euler que tiene igual carga crítica.

La longitud de pandeo  $l_k = \beta \cdot l$ , corresponde a la separación entre puntos de inflexión de la deformada de la columna.

Barra biempotrada:

$$P_{cr} = 4 \cdot \pi^2 \cdot EI / l^2$$

$$P_{cr} = \pi^2 \cdot EI / (0,5 \cdot l)^2$$

$$l_k = 0,5 \cdot l \quad (\beta = 0,5)$$

En madera:  $\beta = 0,7$

articulada/empotrada:

$$P_{cr} = 2 \cdot \pi^2 EI / l^2$$

$$P_{cr} = \pi^2 \cdot EI / (0,7 \cdot l)^2$$

$$l_k = 0,707 \cdot l \quad (\beta = 0,7)$$

En madera:  $\beta = 0,85$

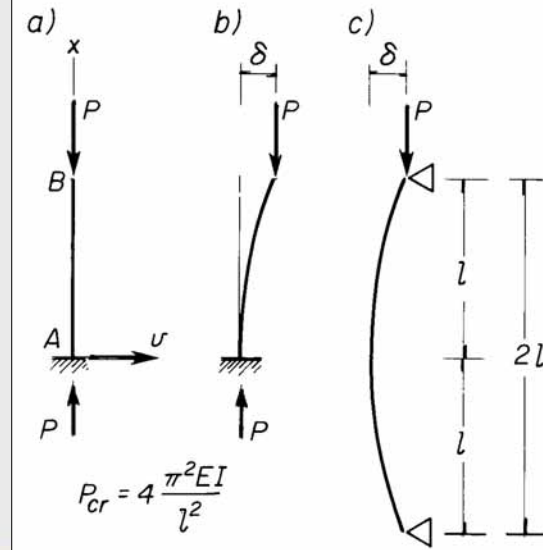
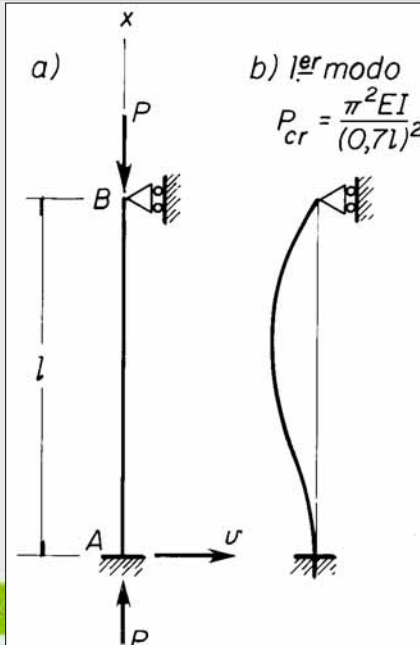
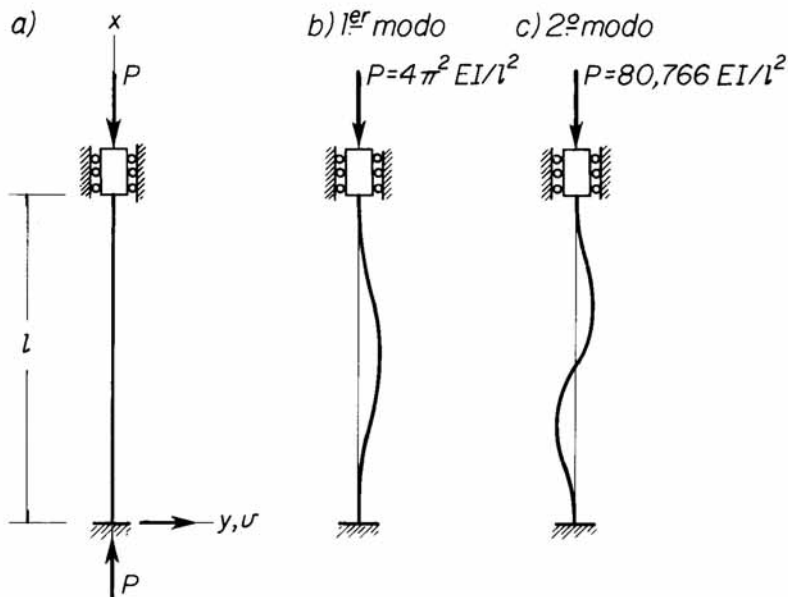
en voladizo:

$$P_{cr} = 2 \cdot EI / (4 \cdot l^2)$$

$$P_{cr} = \pi^2 \cdot EI / (2 \cdot l)^2$$

$$l_k = 2 \cdot l \quad (\beta = 2,00)$$

En madera  $\beta = 2,50$



# INESTABILIDAD POR PANDEO

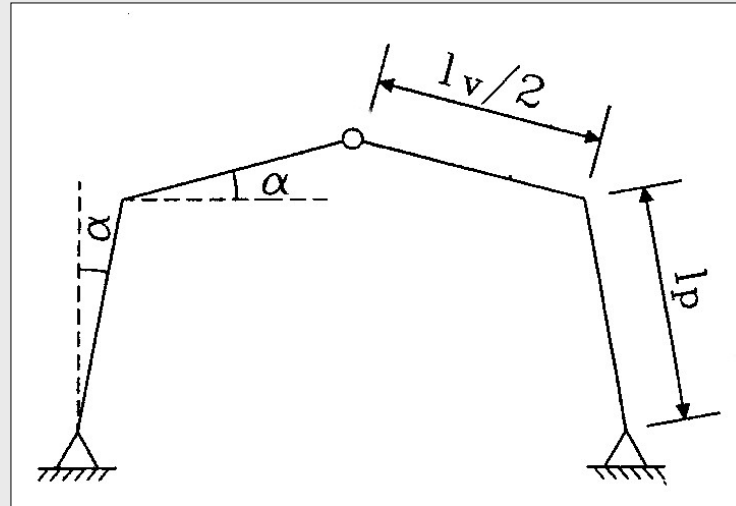
## Pórticos Triarticulados

**Sección constante:**

$$l_k = l_p \cdot \sqrt{4 + 1,6 \cdot c}$$

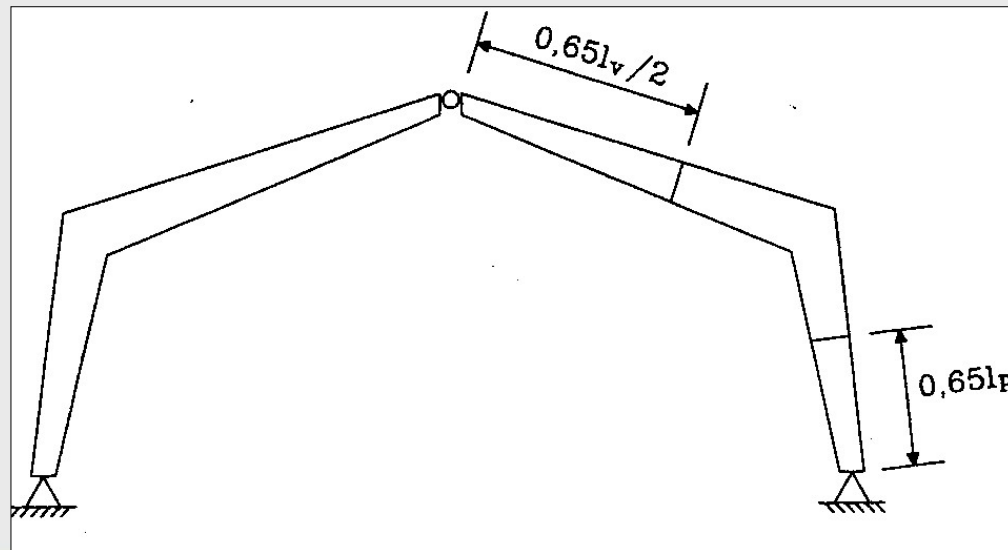
$$\text{siendo: } c = \frac{I_p \cdot l_v}{l_p \cdot I_v}$$

si  $\alpha < 15^\circ$



**Sección variable:**

si  $\alpha < 15^\circ$  : Se aplica la fórmula anterior considerando como secciones de las barras las que corresponden a las posiciones indicadas en la figura.



si  $\alpha > 15^\circ$  : El valor mayor de los dos siguientes:

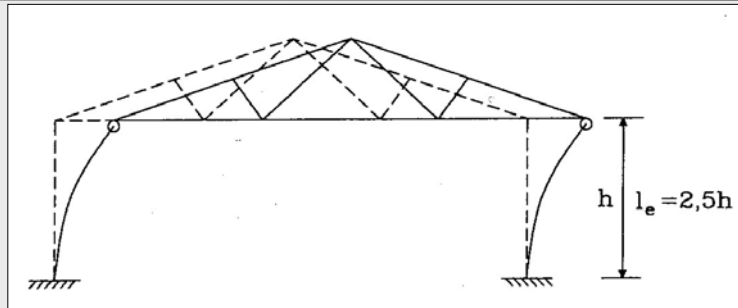
$$l_k = l_p \cdot \sqrt{4 + 1,6 \cdot c}$$

$$l_k = 1,25 \cdot \left( l_p + \frac{l_v}{2} \right)$$

$$\text{siendo: } c = \frac{I_p \cdot l_v}{l_p \cdot I_v}$$

# INESTABILIDAD POR PANDEO

## Pilares y Cerchas

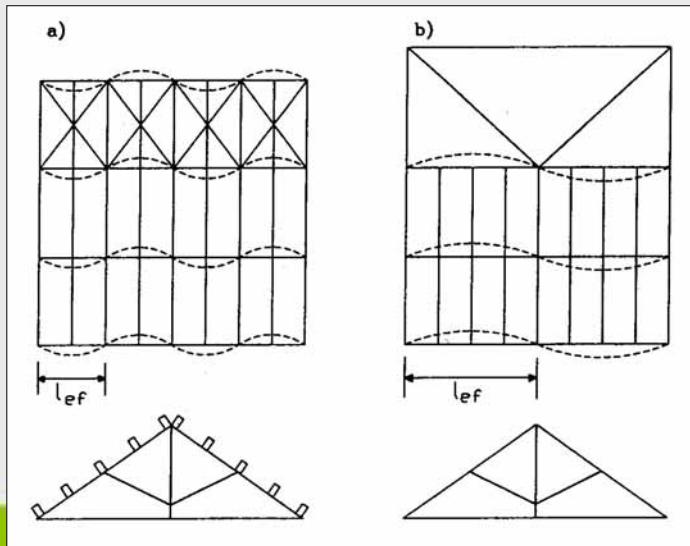
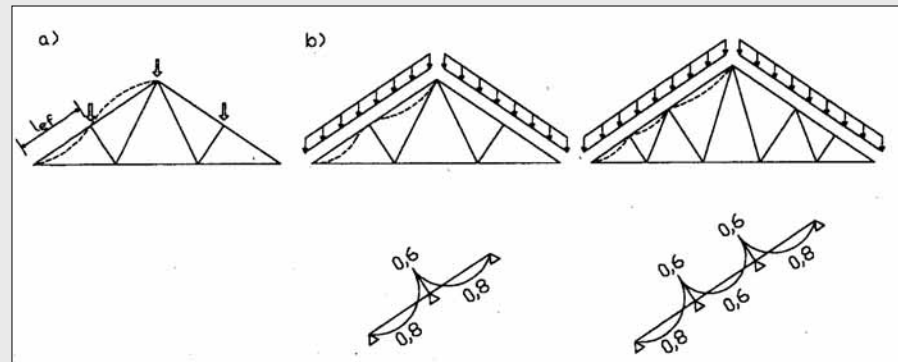


### Pilares:

Se considera 2,5 veces la altura debido a la dificultad de realizar un empotramiento perfecto.

### Cerchas (en su plano):

- Pares: los coeficientes  $\beta$  son los indicados en la figura.
- Celosía del alma: la longitud de la barra
- Tirante :la distancia entre nudos

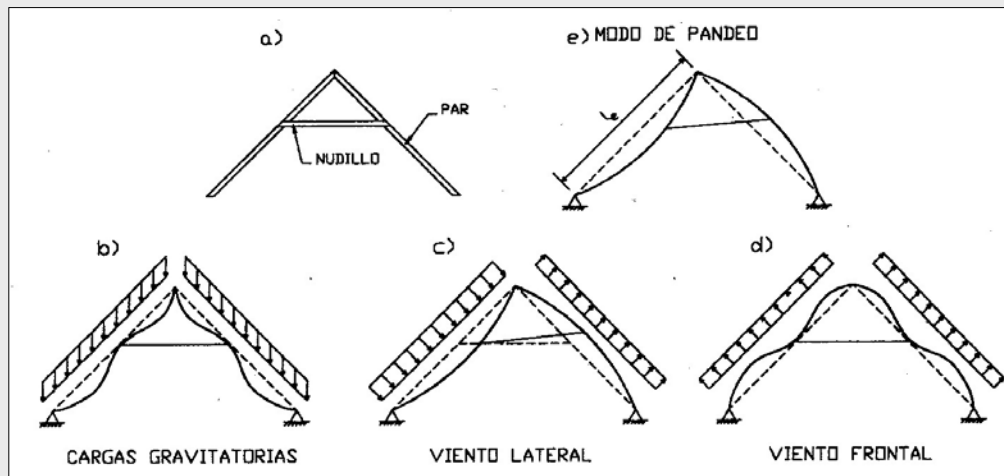


### Cerchas (perpendicular a su plano):

- Pares: la separación entre puntos debidamente arriostrados por el sistema constructivo dispuesto.
- Celosía del alma: la longitud de la barra
- Tirante: la distancia entre nudos entre puntos debidamente arriostrados por el sistema constructivo dispuesto

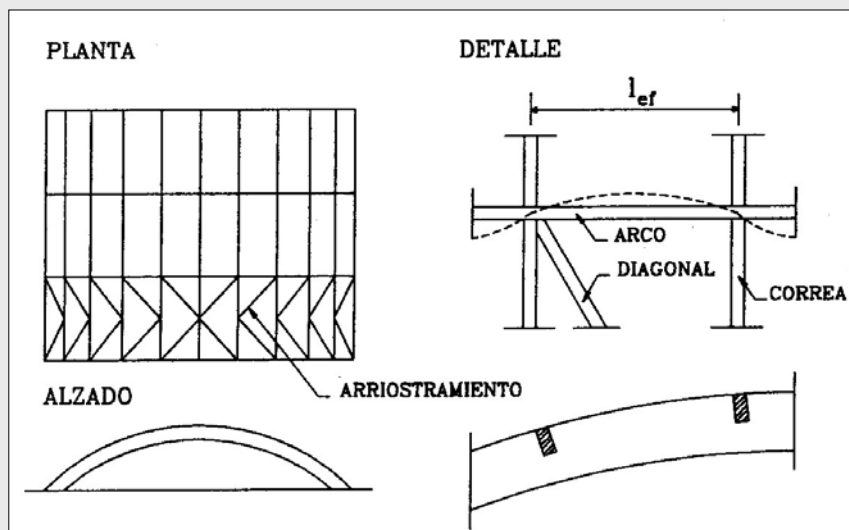
# INESTABILIDAD POR PANDEO

## Cubierta de Par y Nudillo, Arcos



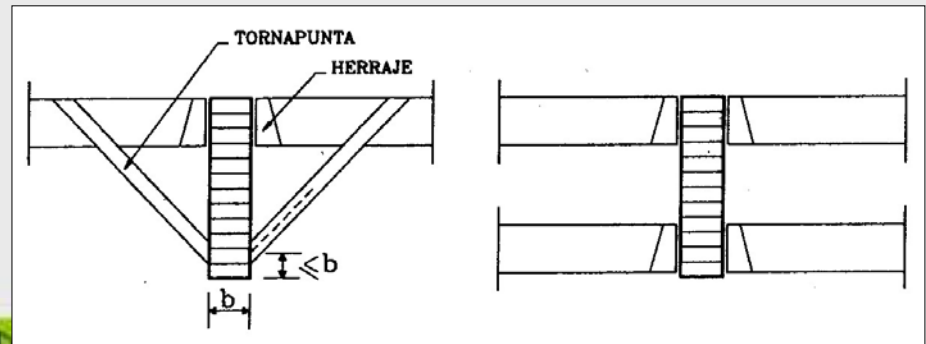
### Cubierta de par y nudillo:

- Pares (en el plano): la longitud es su longitud total desde el apoyo a la cumbrera.
- Nudillo: su longitud



### Arcos:

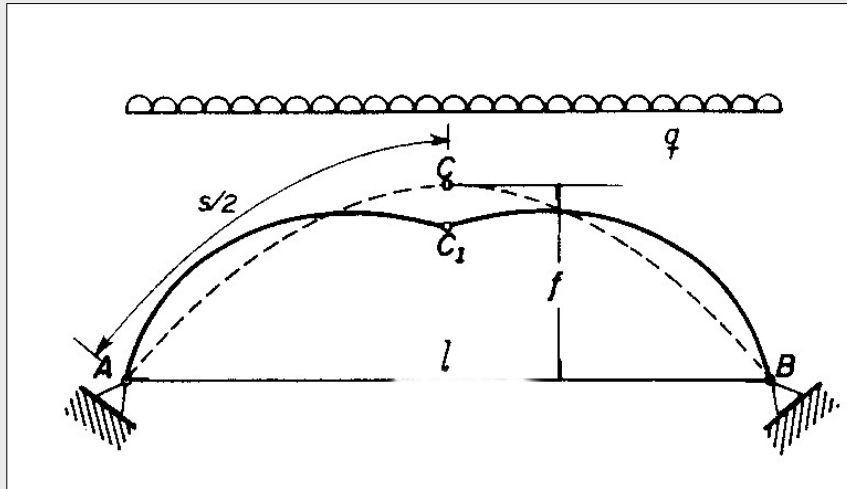
Fuera del plano: la separación entre puntos debidamente arriostrados por el sistema constructivo dispuesto. Asegurar la inmovilización del intrados.



# INESTABILIDAD POR PANDEO

## Longitudes de Pandeo. Pandeo de Arcos en su plano. CB 71

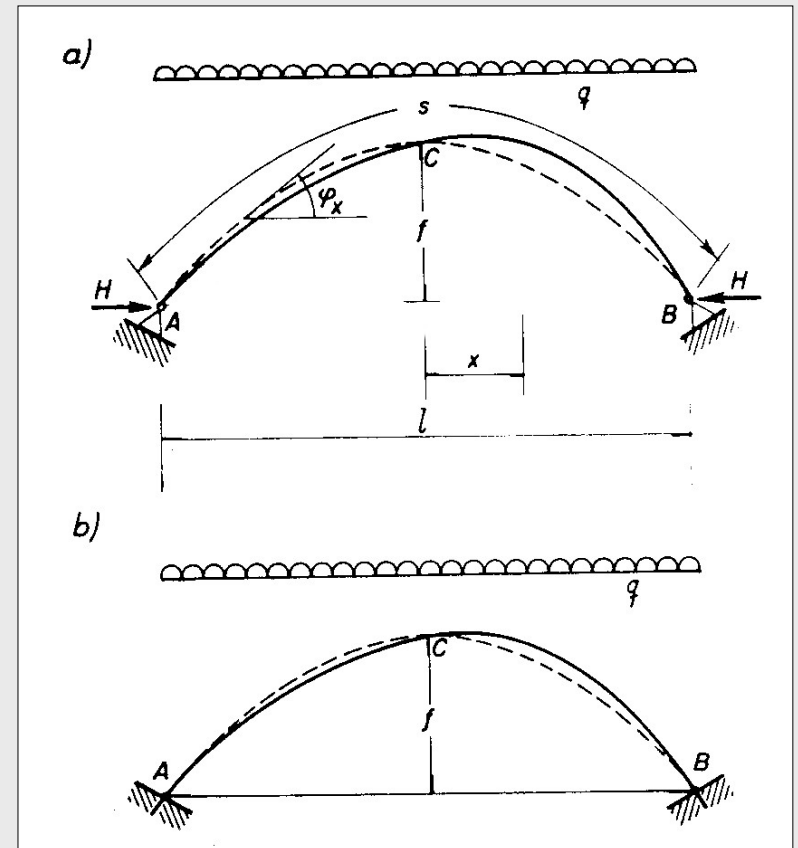
Arco triarticulado de sección constante



$$l_k = 0,57 \cdot l \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot k^2}$$

$$k = f / l$$

Arco biarticulado de sección constante



$$l_k = 0,5 \cdot l \cdot \sqrt{1 + 6,15 \cdot k^2}$$

$$k = f / l$$

# INESTABILIDAD POR PANDEO

## Longitudes de Pandeo. CTE SE-M

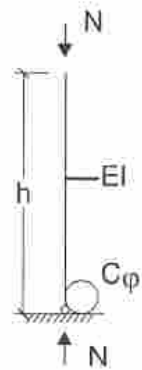
Tabla G.1. Coeficientes de la longitud de pandeo  $\beta$  para barras

Sistema estructural

Coeficientes  $\beta$

2

Pilar en voladizo

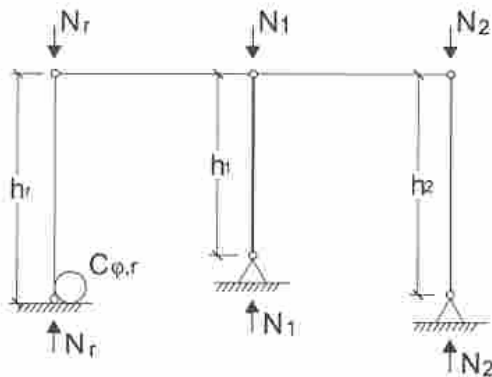


$$\beta = \sqrt{4 + \frac{EI\pi^2}{h \cdot C_\phi}}$$

$C_\phi$  Coeficiente de muelle

3

Entramado



Para la columna, r:

$$\beta_r = \pi \sqrt{\frac{5 + 4\alpha}{12} + \frac{(EI)_\alpha \cdot (1 + \alpha)}{h_r \cdot C_{\phi,r}}}$$

siendo:

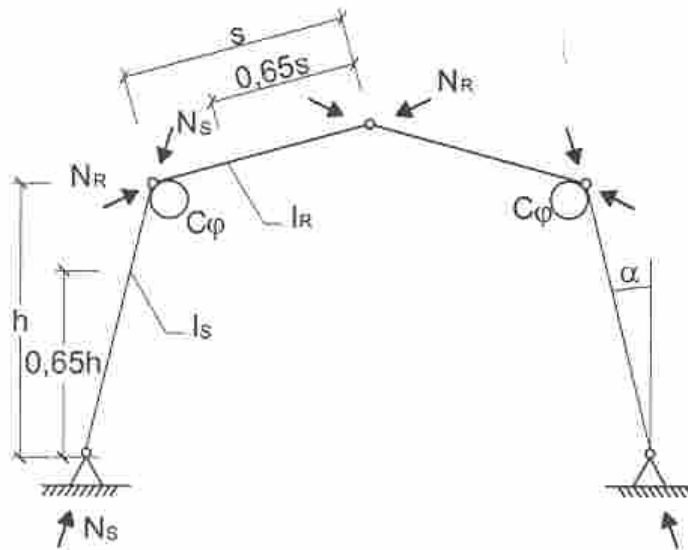
$$\alpha = \frac{h_r}{N_r} \cdot \sum \frac{N_i}{h_i}$$

# INESTABILIDAD POR PANDEO

## Longitudes de Pandeo. CTE SE-M

5

Pórtico a dos aguas triarticulado



Pilar

$$l_k = \beta_S \cdot h \quad (\alpha \leq 15^\circ)$$

$$\beta_S = \sqrt{4 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_S}{h} \cdot \left( \frac{1}{C_\varphi} + \frac{s}{3 \cdot E \cdot I_R} \right) + \frac{E \cdot I_S \cdot N_R \cdot s^2}{E \cdot I_R \cdot N_S \cdot h^2}}$$

Dintel

$$l_k = \beta_R \cdot s \quad (\alpha \leq 15^\circ)$$

$$\beta_R = \beta_S \frac{h}{s} \sqrt{\frac{I_R \cdot N_S}{I_S \cdot N_R}}$$

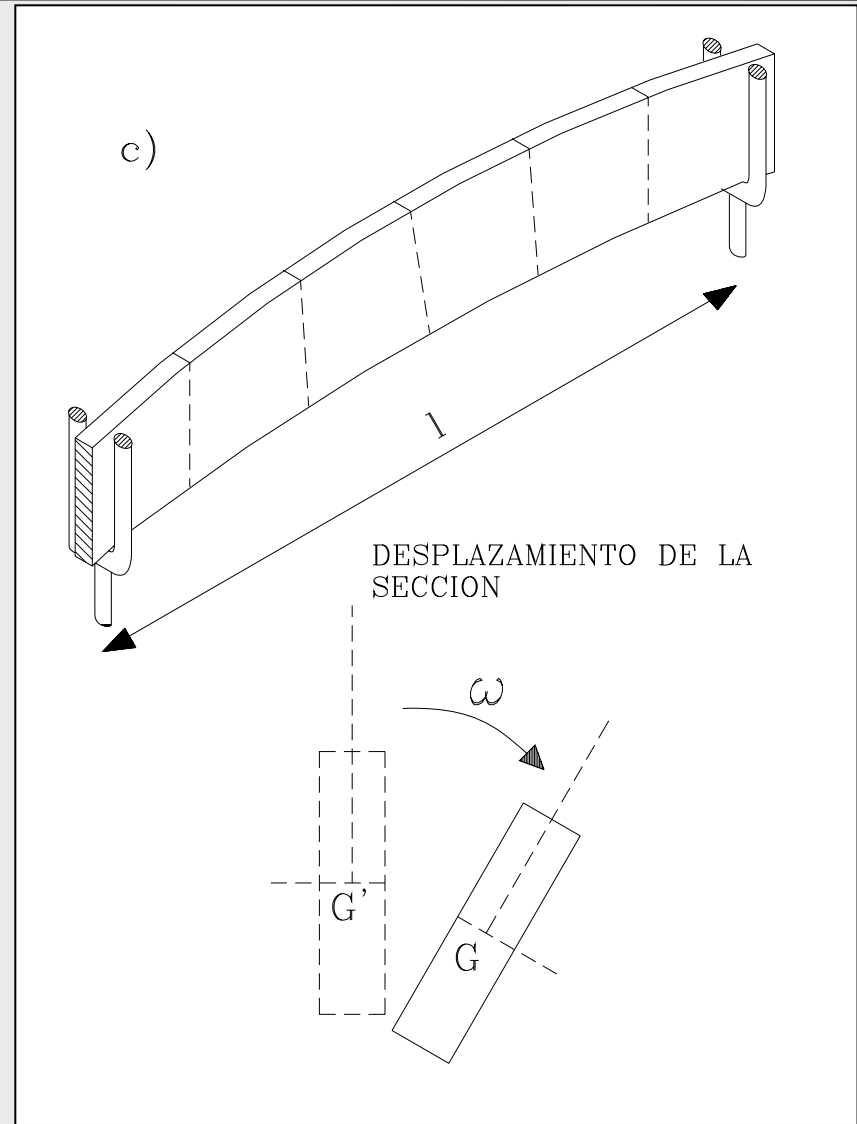
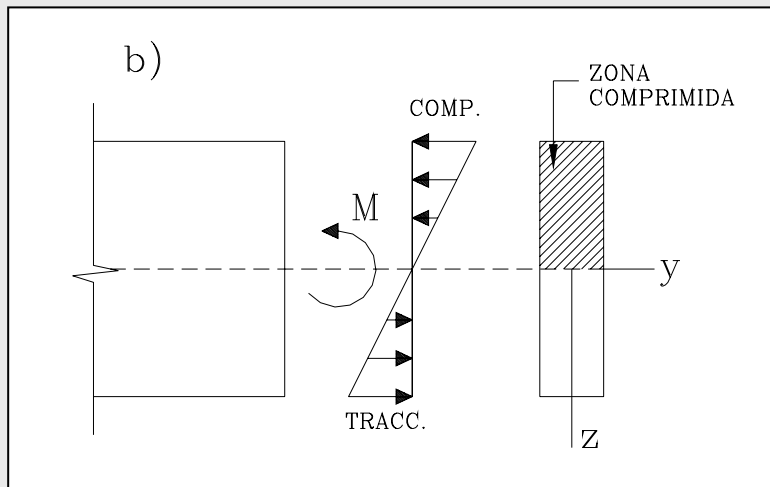
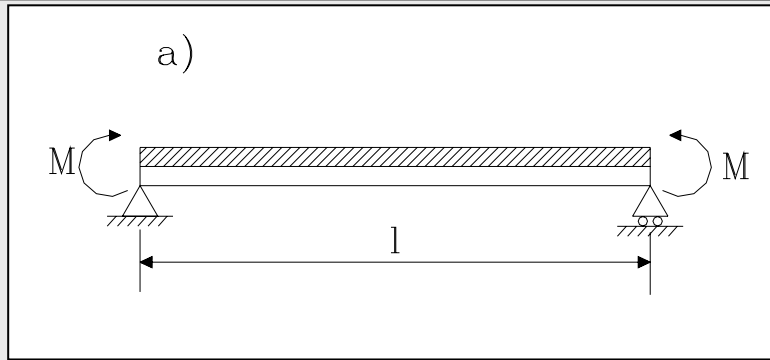
$N_R$  axil en el dintel.

$N_S$  axil en la columna

(forma modal asimétrica de pandeo)

# INESTABILIDAD POR VUELCO LATERAL (Flexión respecto eje y-y)

## Momento Crítico: Teoría



$$M_{y,crit} = \frac{\pi}{l_{ef}} \cdot \sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{0,05} \cdot I_{tor}}$$

# INESTABILIDAD POR VUELCO LATERAL (Flexión respecto eje y-y)

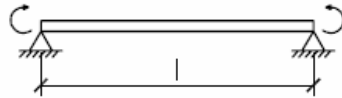
## Longitud Eficaz de Vuelco Lateral $I_{ef}$ : Teoría

$$I_{ef} = \beta_v \cdot I$$

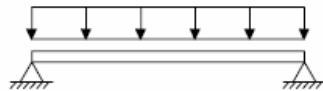
Tabla 6.2 Valores del coeficiente  $\beta_v$  para vigas de sección constante con diferentes condiciones de carga y de restricción en los extremos.

Tipo de carga y viga

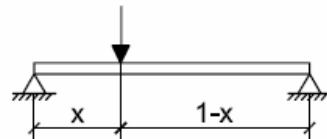
$$\beta_v = L_{ef} / L$$



$$\beta_v = 1,00$$



$$\beta_v = 0,95$$

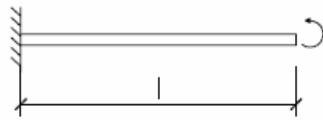


$$\beta_v = 0,8/\alpha$$
$$\alpha = 1,35 - 1,4 x(L - x)/L^2$$

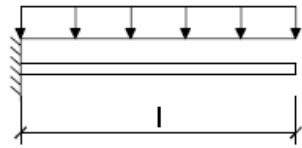
# INESTABILIDAD POR VUELCO LATERAL (Flexión respecto eje y-y)

## Longitud Eficaz de Vuelco Lateral $I_{ef}$ : Teoría

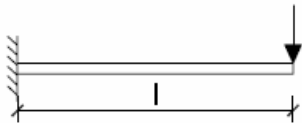
$$I_{ef} = \beta_v \cdot l$$



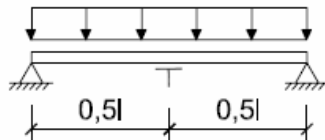
$$\beta_v = 2,00$$



$$\beta_v = 1,20$$



$$\beta_v = 1,70$$

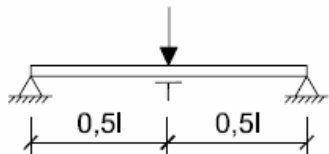


$$\beta_v = 0,40$$

# INESTABILIDAD POR VUELCO LATERAL (Flexión respecto eje y-y )

## Longitud Eficaz de Vuelco Lateral $I_{ef}$ : Teoría

$$I_{ef} = \beta_v \cdot l$$



$$\beta_v = 0,25$$

Los valores que se dan en esta tabla son válidos para una viga cargada en su centro de gravedad y con la torsión impedida en los apoyos. Si la carga se aplica en el borde comprimido la longitud eficaz  $I_{ef}$  se incrementará en  $2h$  y si es aplicada en el borde traccionado se reducirá en  $0,5h$ , siendo  $h$  el canto de la pieza.

**T:** sección central con desplazamiento lateral impedido en el borde superior.

Generalmente, el sistema de arriostramiento en vigas de cierta luz inmoviliza varios puntos intermedios y no son aplicables directamente estos casos.

En el caso de vigas biapoyadas esta comprobación se realiza para el tramo arriostrado, donde el momento es mayor, tomándose como distancia entre secciones arriostradas la correspondiente al tramo central, con  $\beta_v=1$ , como si el momento fuera constante.

# INESTABILIDAD POR VUELCO LATERAL (Flexión respecto eje y-y )

## Comprobación: Teoría

---

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \leq 1$$

$\sigma_{m,d}$	tensión de cálculo a flexión
$f_{m,d}$	resistencia de cálculo a flexión
$k_{crit}$	coeficiente crítico

# INESTABILIDAD POR VUELCO LATERAL (Flexión respecto eje y-y)

## Obtención del coeficiente $k_{crit}$ por ecuaciones: Teoría

$$\begin{aligned} k_{crit} &= 1 & \lambda_{rel,m} &\leq 0,75 \\ k_{crit} &= 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & 0,75 < \lambda_{rel,m} &\leq 1,4 \\ k_{crit} &= 1/\lambda_{rel,m}^2 & 1,4 < \lambda_{rel,m} & \end{aligned}$$

Factor de vuelco:  $k_{crit} \leq 1$

Esbeltez relativa en flexión:  $\lambda_{rel,m}$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}}$$

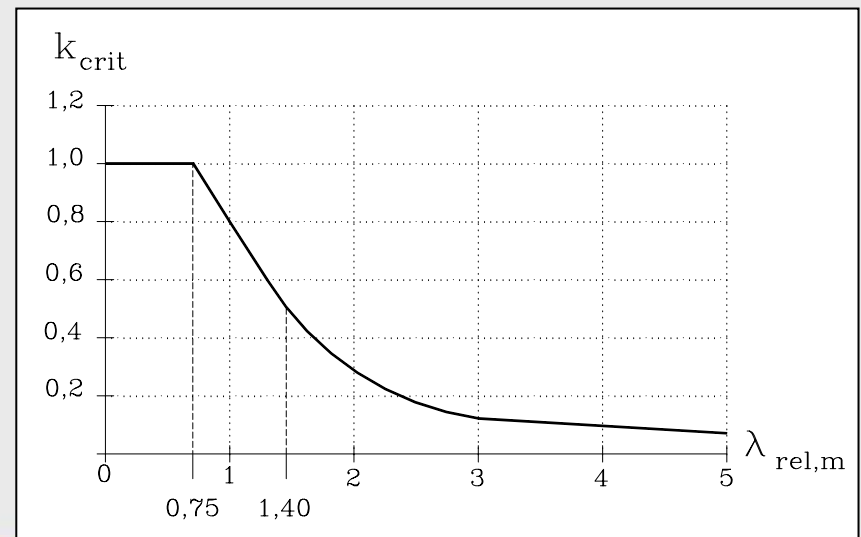
$$\sigma_{m,crit} = \frac{M_{y,crit}}{W_y}$$

$$M_{y,crit} = \frac{\pi}{l_{ef}} \cdot \sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{0,05} \cdot I_{tor}}$$

$$l_{ef} = \beta_V \cdot l$$

Para Piezas de Conífera de directriz recta y sección rectangular

$$\sigma_{m,crit} = 0,78 \frac{E_{0,05} \cdot b^2}{L_{ef} \cdot h}$$



# INESTABILIDAD POR VUELCO LATERAL (Flexión respecto eje y-y)

## Obtención del coeficiente $k_{crit}$ por tablas: Teoría

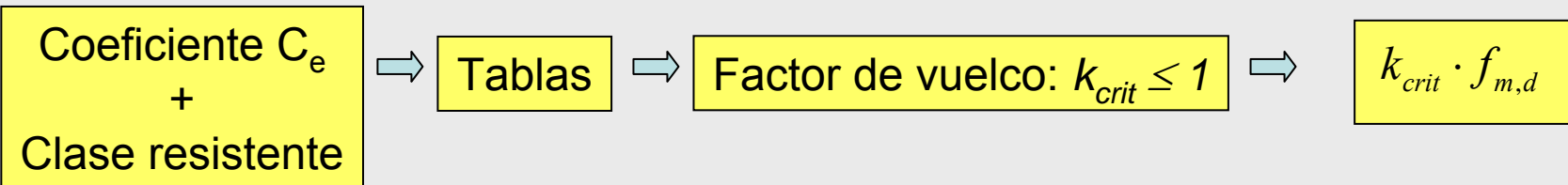
Válido para piezas de directriz recta y sección constante

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{f_{m,k} \cdot l_{ef} \cdot h}{0,78 \cdot E_k \cdot b^2}} = 1,132 \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{E_k}} \cdot C_e$$

Coeficiente de esbeltez geométrica:  $C_e$

$$C_e = \sqrt{\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2}}$$

$l_{ef}$  longitud eficaz de vuelco  
 $h$  altura de la sección  
 $b$  anchura de la sección



Comprobación:

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \leq 1$$

**Tabla 6.3 Valores del coeficiente de vuelco lateral,  $k_{crit}$ , para vigas de directriz recta y sección rectangular constante, según la clase resistente y el coeficiente  $C_e$ .**

Clase Resistente	Coeficiente de esbeltez geométrica $C_e$														
	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
C14	1,00	1,00	0,91	0,82	0,73	0,63	0,54	0,45	0,39	0,33	0,29	0,26	0,23	0,20	0,18
C16	1,00	1,00	0,91	0,82	0,73	0,64	0,54	0,46	0,39	0,34	0,29	0,26	0,23	0,20	0,18
C18	1,00	1,00	0,91	0,82	0,72	0,63	0,54	0,45	0,38	0,33	0,29	0,25	0,22	0,20	0,18
C20	1,00	0,99	0,90	0,80	0,71	0,61	0,52	0,43	0,37	0,32	0,28	0,24	0,22	0,19	0,17
C22	1,00	0,98	0,88	0,78	0,68	0,59	0,49	0,41	0,35	0,30	0,26	0,23	0,21	0,18	0,16
C24	1,00	0,98	0,88	0,79	0,69	0,59	0,50	0,42	0,36	0,31	0,27	0,23	0,21	0,19	0,17
C27	1,00	0,97	0,87	0,77	0,67	0,57	0,48	0,40	0,34	0,29	0,26	0,23	0,20	0,18	0,16
C30	1,00	0,94	0,83	0,73	0,62	0,52	0,43	0,36	0,31	0,27	0,23	0,20	0,18	0,16	0,14
C35	1,00	0,91	0,81	0,70	0,59	0,48	0,40	0,34	0,29	0,25	0,22	0,19	0,17	0,15	0,13
C40	1,00	0,90	0,78	0,67	0,56	0,46	0,38	0,32	0,27	0,23	0,20	0,18	0,16	0,14	0,13
C45	0,99	0,88	0,76	0,65	0,53	0,43	0,36	0,30	0,26	0,22	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12
C50	0,98	0,86	0,75	0,63	0,52	0,42	0,34	0,29	0,25	0,21	0,19	0,16	0,14	0,13	0,12
D30	1,00	0,94	0,83	0,73	0,62	0,52	0,43	0,36	0,31	0,27	0,23	0,20	0,18	0,16	0,14
D35	1,00	0,91	0,81	0,70	0,59	0,48	0,40	0,34	0,29	0,25	0,22	0,19	0,17	0,15	0,13
D40	1,00	0,90	0,78	0,67	0,56	0,46	0,38	0,32	0,27	0,23	0,20	0,18	0,16	0,14	0,13
D50	1,00	0,90	0,79	0,68	0,57	0,46	0,38	0,32	0,27	0,23	0,20	0,18	0,16	0,14	0,13
D60	1,00	0,90	0,79	0,68	0,57	0,46	0,38	0,32	0,28	0,24	0,21	0,18	0,16	0,14	0,13
D70	1,00	0,90	0,79	0,68	0,57	0,47	0,39	0,33	0,28	0,24	0,21	0,18	0,16	0,14	0,13
GL24h-c	1,00	1,00	0,96	0,87	0,79	0,70	0,62	0,53	0,45	0,39	0,34	0,30	0,26	0,24	0,21
GL28h-c	1,00	1,00	0,94	0,85	0,76	0,67	0,58	0,49	0,42	0,36	0,32	0,28	0,25	0,22	0,20
GL32h-c	1,00	1,00	0,92	0,83	0,74	0,65	0,56	0,47	0,40	0,35	0,30	0,26	0,23	0,21	0,19
GL36h-c	1,00	1,00	0,91	0,81	0,72	0,63	0,53	0,45	0,38	0,33	0,29	0,25	0,22	0,20	0,18

# INESTABILIDAD POR VUELCO LATERAL

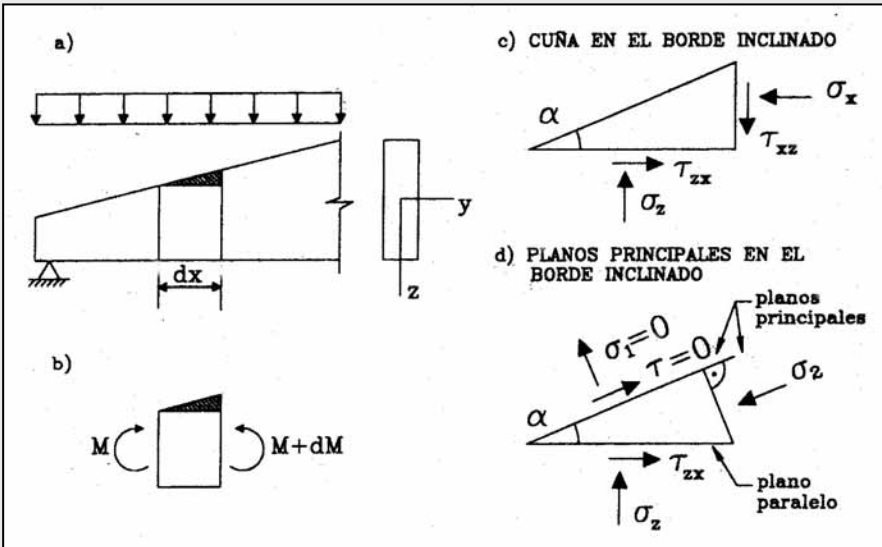
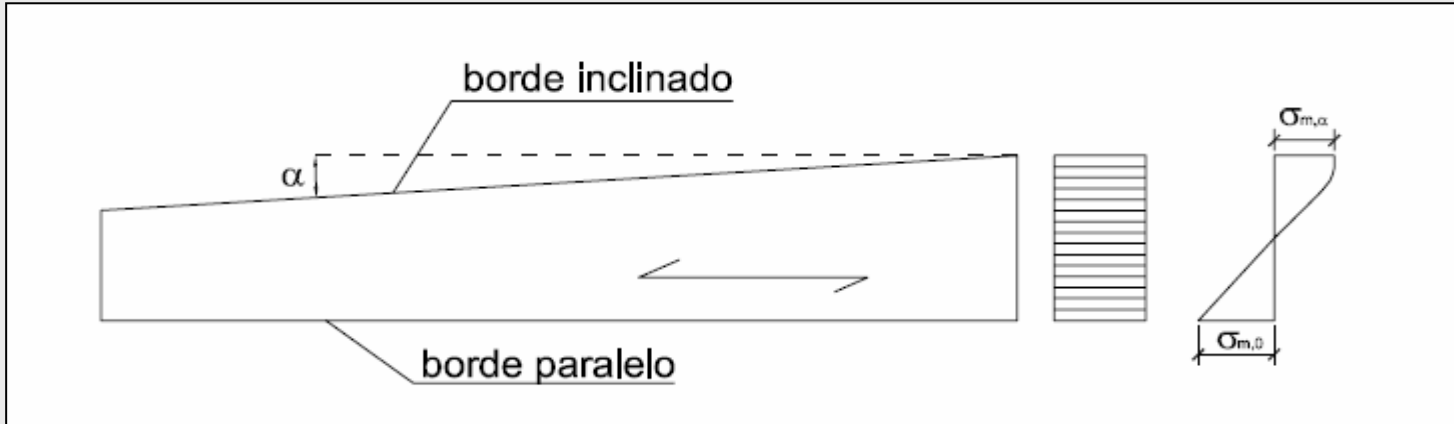
## En FlexoCompresión

---

Comprobación:

$$\left( \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \right) \leq 1$$

# Piezas de Sección Variable

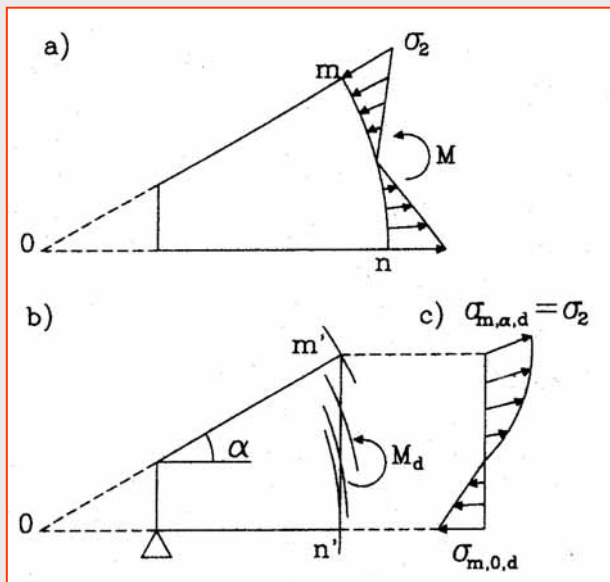


En la cuña del borde inclinado se presentan tensiones perpendiculares a la fibra:  $\sigma_z$  y tensiones tangenciales:  $\tau_{xz}$

La combinación de de las tensiones:  $\sigma_z$ ;  $\tau_{xz}$  y  $\sigma_x$  supone una disminución de la resistencia a flexión que es poco significativa si las tensiones perpendiculares son de compresión y, bastante más, si las tensiones perpendiculares son de tracción

# Piezas de Sección Variable

## Comprobación



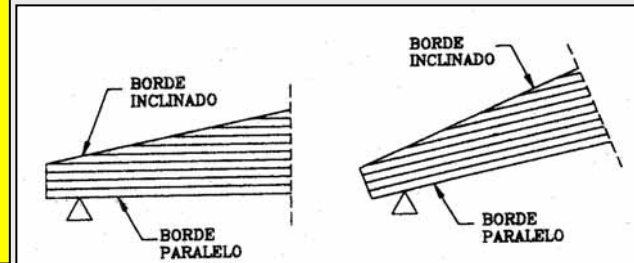
En un corte por la superficie cilíndrica m-n, las tensiones principales,  $\sigma_2$ , se dirigen al centro del arco.

En una sección perpendicular al borde paralelo, figura b, las tensiones no siguen una ley lineal.

Si  $\alpha < 10^\circ$ :

$$\sigma_{m,0,d} = (1 + 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2}$$

$$\sigma_{m,\alpha,d} = (1 - 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2}$$



En las fibras extremas las tensiones de cálculo a flexión en el borde paralelo y en el inclinado con relación a la dirección de la fibra,  $\sigma_{m,0,d}$  y  $\sigma_{m,\alpha,d}$ , respectivamente, deben cumplir las condiciones siguientes:

$$\sigma_{m,0,d} = f_{m,d}$$

en borde paralelo respecto a la dirección de la fibra.

$$\sigma_{m,\alpha,d} = k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d}$$

en borde inclinado respecto a la dirección de la fibra.

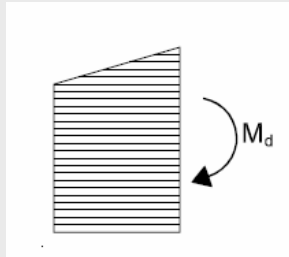
# Piezas de Sección Variable

Siendo:

$f_{m,d}$  resistencia de cálculo a flexión.

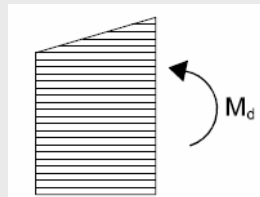
$k_{m,\alpha}$  coeficiente definido a continuación.

A) si las tensiones son de tracción en el borde inclinado:



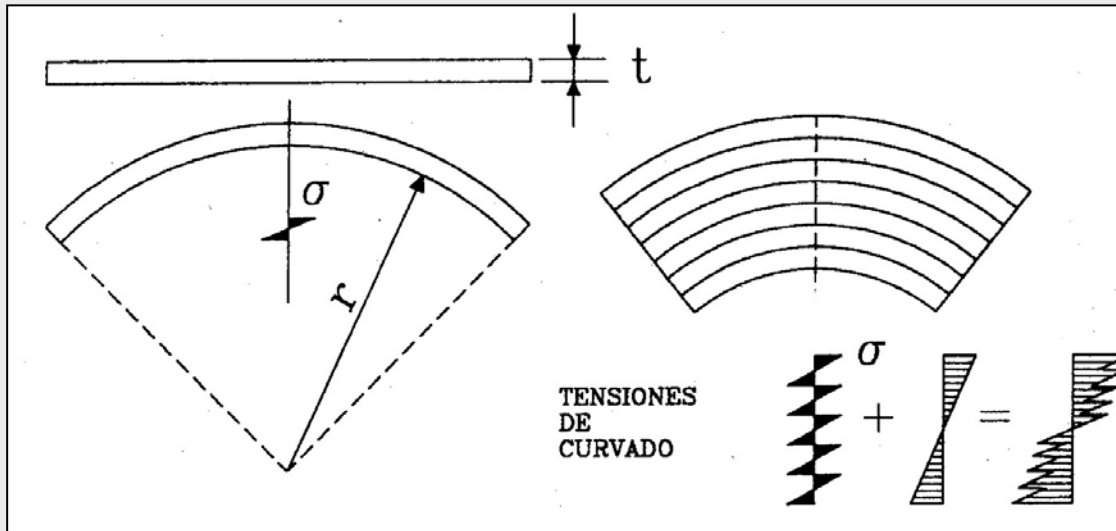
$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{f_{m,d}}{0,75 \cdot f_{v,d}} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right)^2 + \left( \frac{f_{m,d}}{f_{t,90,d}} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \right)^2}}$$

B) si las tensiones son de compresión en el borde inclinado:



$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{f_{m,d}}{0,75 \cdot f_{v,d}} \cdot \operatorname{tg} \alpha \right)^2 + \left( \frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \right)^2}}$$

# Piezas Curvas: Perdida de Resistencia



Consecuencia del curvado se presentan tensiones que, teóricamente, se deducen de la expresión siguiente:

$$\sigma = Et/2r$$

Para  $r/t = 200$ ;  $E = 10.000 \text{ N/mm}^2$ , resulta:  $\sigma = 25 \text{ N/mm}^2$ .

Estas tensiones no son tan elevadas debido al comportamiento viscoso de la madera favorecido por la elevación de la temperatura y la aportación de humedad

Coeficiente de curvatura:

$$k_r = 0,76 + 0,001 \cdot r_i / t; \text{ para: } r_i / t < 240$$

$$k_r = 1,00; \quad \text{para: } r_i / t \geq 240$$

$$r_i / t > 125$$

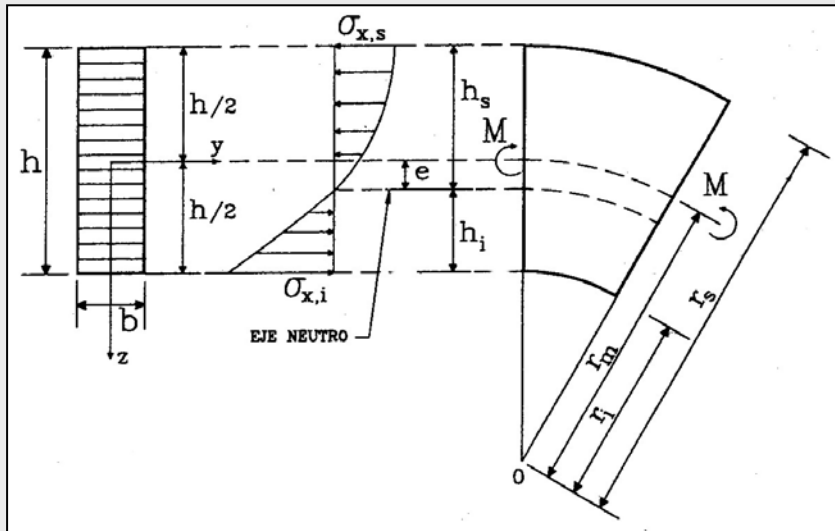
Afecta a las solicitaciones siguientes:

Flexión

Compresión paralela a la fibra

Tracción paralela a la fibra

# Piezas Curvas: Tensiones Normales



## Tensiones normales:

Consecuencia del curvado de la directriz de la pieza la fibra neutra se desplaza una magnitud  $e$

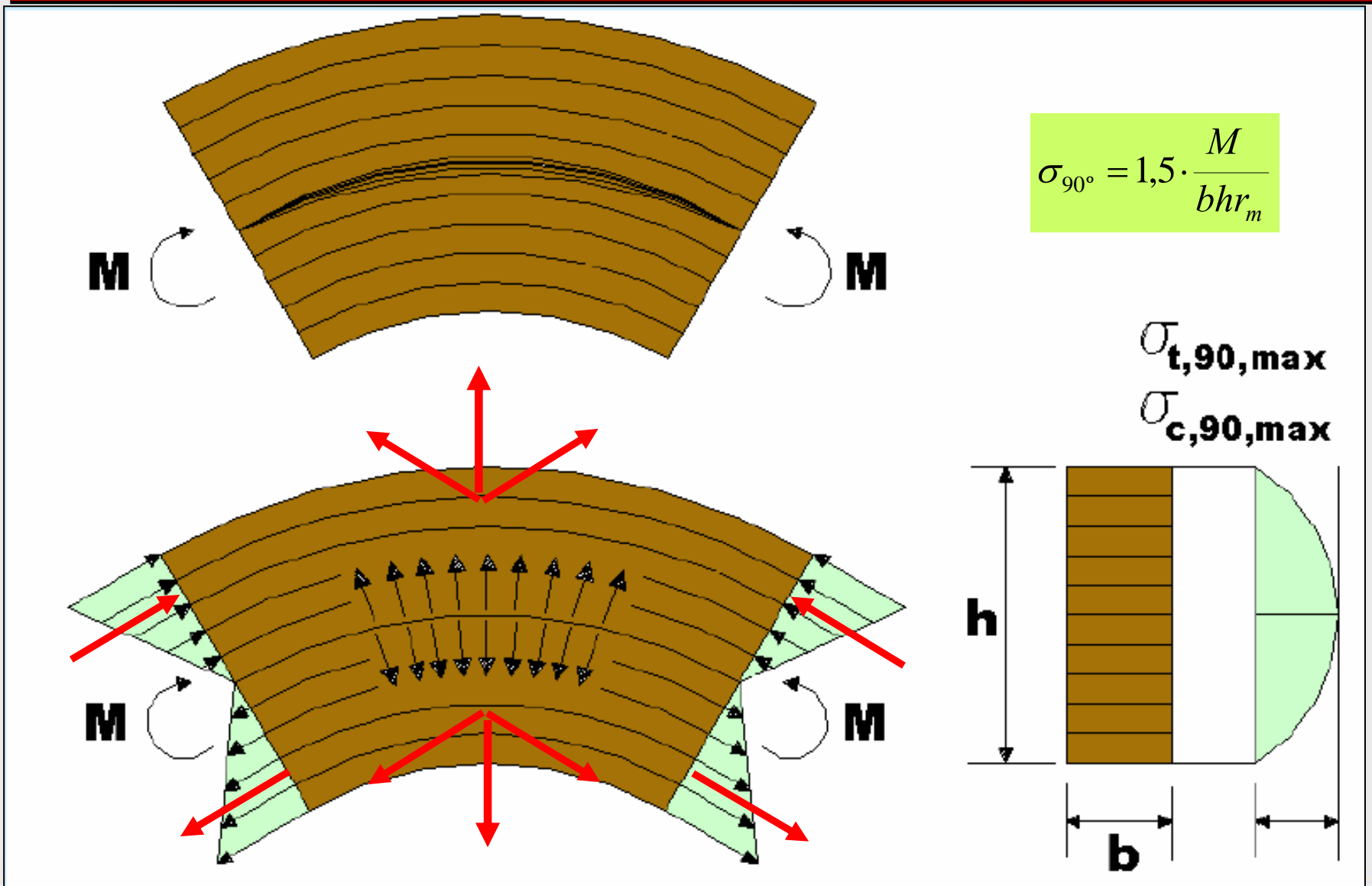
$$e = r_m - \frac{h}{\ln\left(\frac{r_s}{r_i}\right)}$$

Además, las tensiones debidas a la flexión no se reparten linealmente.

Teóricamente, se calculan mediante las expresiones siguientes:

$$\sigma_{x,s} = \frac{M \cdot h_s}{e b h r_s}; \quad \sigma_{x,i} = \frac{M \cdot h_i}{e b h r_i}$$

# Piezas Curvas: Tensiones Perpendiculares



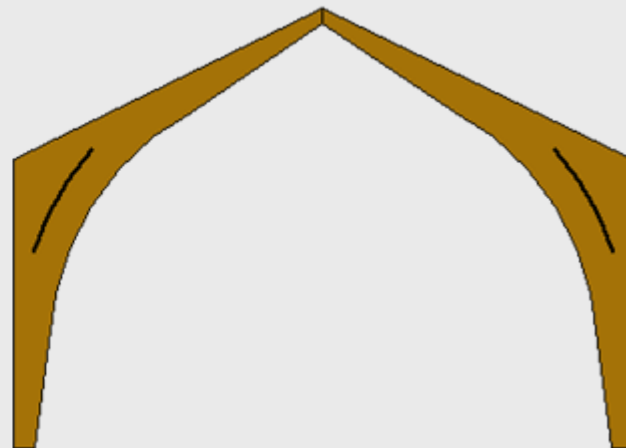
# Piezas con tracción perpendicular.

---

**VIGA A DOS AGUAS**



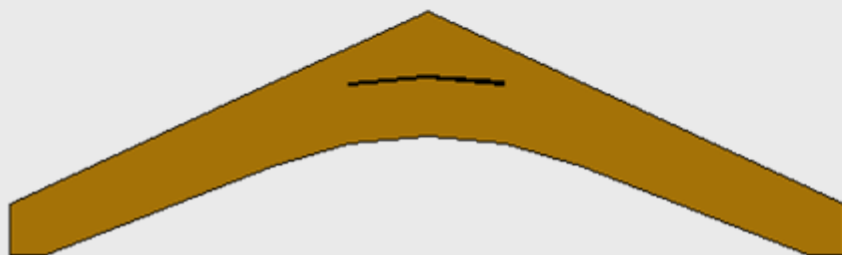
**PORTICOS**



**VIGAS CURVAS**



**ARCOS**



# ZONAS DE VERTICE.

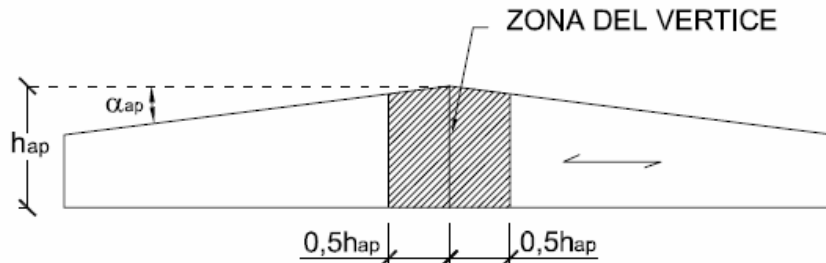


Figura 6.12. Viga a dos aguas

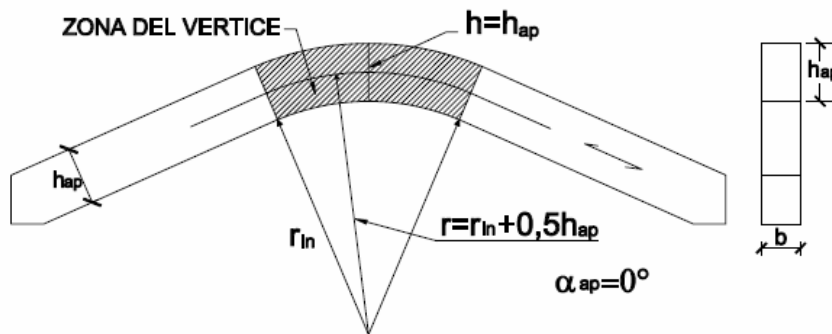


Figura 6.13 Viga curva de canto constante (la laminación es paralela a las caras)

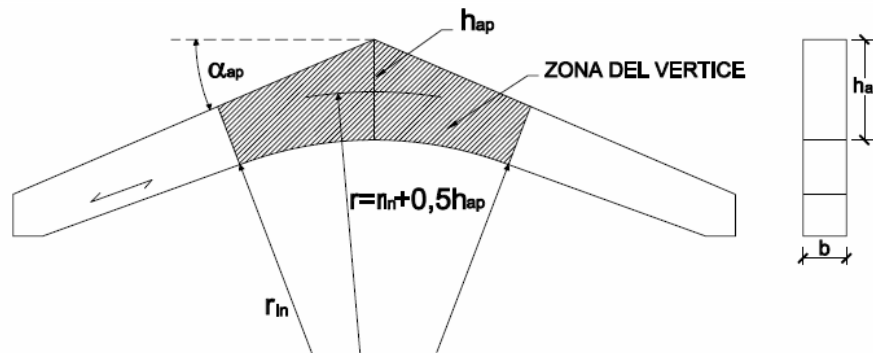


Figura 6.14 Viga a dos aguas con intradós curvo (la laminación se interrumpe en la zona del vértice, en el cambio de pendiente, pero no en las zonas próximas al intradós)

## Singularidades

- Varían las leyes de distribución de las tensiones normales,  $\sigma$ , que no son lineales.
- Se presentan tensiones en dirección perpendicular a la fibra.
- Hay una pérdida de resistencia a flexión que es consecuencia del curvado de las láminas

# ZONAS DE VERTICE

## COMPROBACIÓN A FLEXIÓN, y TRACCIÓN / COMPRESIÓN PERPENDICULAR

### Comprobación a flexión

$$I_m = \frac{\sigma_{m,d}}{k_r \cdot f_{m,d}} = \frac{k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{ap,d}}{b \cdot h_{ap}^2}}{k_r \cdot f_{m,d}} < 1$$

$$k_l = k_1 + k_2 \cdot (h_{ap}/r) + k_3 \cdot (h_{ap}/r)^2 + k_4 \cdot (h_{ap}/r)^3$$

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap} + 5,4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap}$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap}$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap} - 7,8 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap}$$

$$k_4 = 6 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap}$$

### Comprobación en dirección perpendicular

#### 1) tracción perpendicular

$$I_{t,90} = \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d}}$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2} - 0,6 \frac{p_d}{b}$$

$p_d$  = carga distribuida de compresión aplicada en la zona de vértice sobre el borde superior de la viga

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot (h_{ap}/r) + k_7 \cdot (h_{ap}/r)^2$$

$$k_5 = 0,2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap}$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap} + 2,6 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap}$$

$$k_7 = 2,1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap} - 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap}$$

$k_{dis} = 1,4$  vigas a dos aguas y curvas

$k_{dis} = 1,7$  vigas peraltadas

$$k_{vol} = (V_o/V)^2$$

Como máximo  $V = 2/3$  Volumen de la pieza

#### 2) Compresión perpendicular

$$I_{c,90} = \frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}}$$

$$\sigma_{c,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_d}{b \cdot h^2}$$

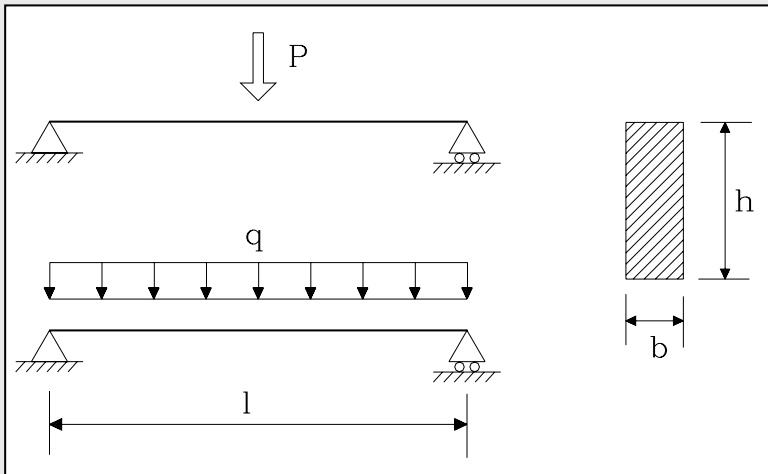
# Cálculo de la deformación

Valor medio del módulo de elasticidad:

$E_{0,medio}$  : deformación por flexión  
 $G_{medio}$  : deformación por cortante

Acciones sin mayorar (valores característicos)

Influencia del cortante:



a)

$$u = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I} \cdot \left( 1 + \frac{6}{5} \cdot \frac{E}{G} \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right)$$

b)

$$u = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \cdot \left( 1 + \frac{24}{25} \cdot \frac{E}{G} \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right)$$

$E/G = 16$



Caso b):

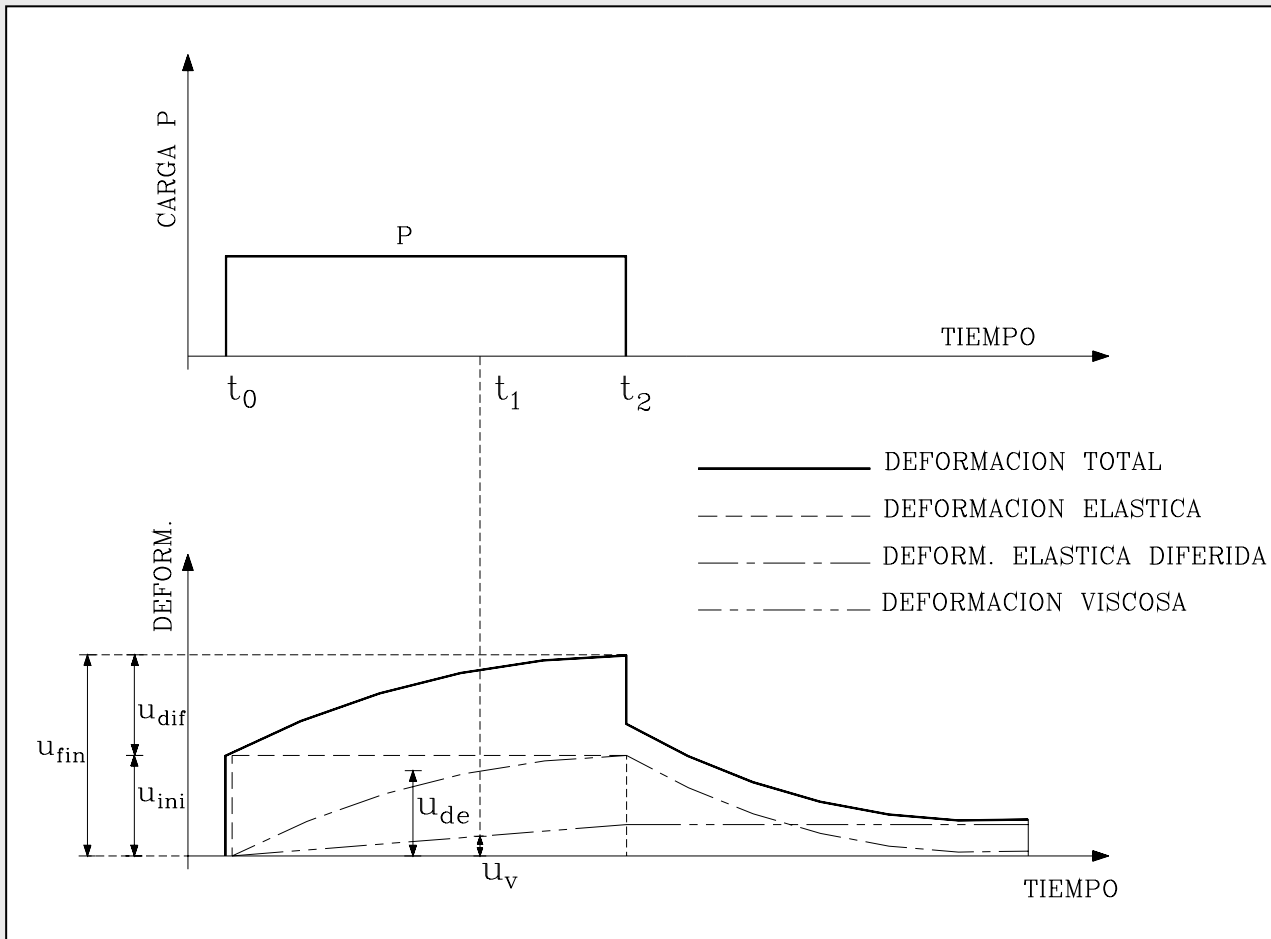


$h / l = 1/10$ , influencia cortante: 15 %



$h / l = 1/17$ , influencia cortante: 5,3 %

# Factor de Fluencia: $k_{def}$



$u_{ini}$  = deformación inicial o instantánea

$u_{dif}$  = deformación diferida

$u_{fin}$  = deformación final  
 $u_{fin} = u_{ini} + u_{dif}$

$k_{def}$  = Factor de fluencia  
 $k_{def} = u_{dif} / u_{ini}$

$u_{fin} = u_{ini} \cdot (1 + k_{def})$

# Factor de Fluencia: $k_{def}$

**Tabla 5.1 Valores de  $k_{def}$  para madera y productos derivados de la madera para acciones cuasi-permanentes (en el resto no se considera)**

Material	Tipo de producto	Clase de servicio		
		1	2	3
Madera maciza		0,60	0,80	2,00
Madera laminada encolada		0,60	0,80	2,00
Madera microlaminada (LVL)		0,60	0,80	2,00
Tablero contrachapado	UNE EN 636			
	Parte 1	0,80	-	-
	Parte 2	0,80	1,00	-
	Parte 3	0,80	1,00	2,50
Tablero de virutas orientadas (OSB)	UNE EN 300			
	OSB/2	2,25	-	-
	OSB/3, OSB/4	1,50	2,25	-
Tablero de partículas	UNE EN 312			
	Parte 4	2,25	-	-
	Parte 5	2,25	3,00	-
	Parte 6	1,5	-	-
	Parte 7	1,50	2,25	-
Tablero de fibras duro	UNE EN 622-2			
	HB.LA	2,25	-	-
	HB.HLS	2,25	3,00	-
Tablero de fibras semiduro	UNE EN 622-3			
	MBH.LA	3,00	-	-
	MBH.HLS	3,00	4,00	-

Los efectos debidos a las acciones de corta duración que pueden resultar irreversibles, se determinan mediante combinaciones de acciones, del tipo denominado característica, a partir de la expresión

$$\sum_{j=1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i>1} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

CARACTERISTICA

Los efectos debidos a las acciones de corta duración que pueden resultar reversibles, se determinan mediante combinaciones de acciones, del tipo denominado frecuente, a partir de la expresión

$$\sum_{j=1} G_{k,j} + \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

FRECUENTE

Los efectos debidos a las acciones de larga duración, se determinan mediante combinaciones de acciones, del tipo denominado casi permanente, a partir de la expresión

$$\sum_{j=1} G_{k,j} + \sum_{i=1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

CASI PERMANENTE

Tabla 4.2 Coeficientes de simultaneidad ( $\psi$ )

	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Sobrecarga superficial de uso (Categorías según DB-SE-AE)			
• Zonas residenciales (Categoría A)	0,7	0,5	0,3
• Zonas administrativas (Categoría B)	0,7	0,5	0,3
• Zonas destinadas al público (Categoría C)	0,7	0,7	0,6
• Zonas comerciales (Categoría D)	0,7	0,7	0,6
• Zonas de tráfico y de aparcamiento de vehículos ligeros con un peso total inferior a 30 kN (Categoría F)	0,7	0,7	0,6
• Cubiertas transitables (Categoría G)		(1)	
• Cubiertas accesibles únicamente para mantenimiento (Categoría H)	0	0	0
Nieve			
• para altitudes > 1000 m	0,7	0,5	0,2
• para altitudes ≤ 1000 m	0,5	0,2	0
Viento	0,6	0,5	0
Temperatura	0,6	0,5	0
Acciones variables del terreno	0,7	0,7	0,7

(1) En las cubiertas transitables, se adoptarán los valores correspondientes al uso desde el que se accede.

# ESTADOS LIMITE DE SERVICIO

## DB SEGURIDAD ESTRUCTURAL

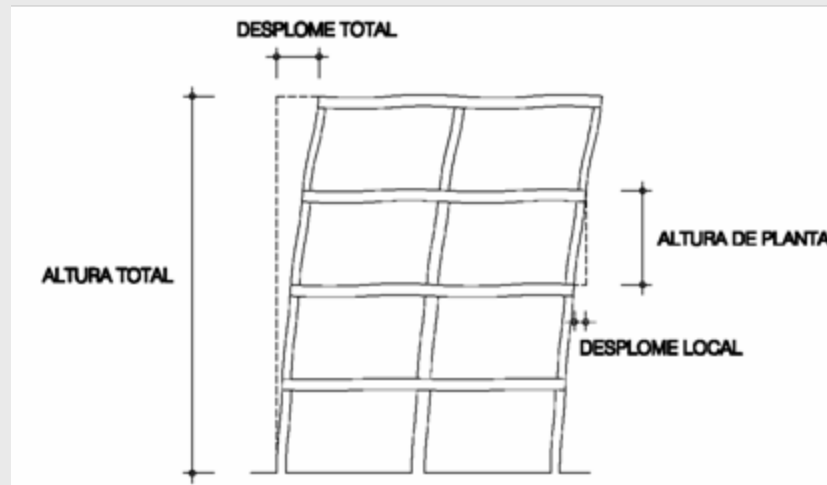
## LIMITES DE FLECHAS

Criterios de validez		Valor límite
Integridad de los elementos constructivos Combinación de acciones característica, considerando sólo las deformaciones que se producen después de la puesta en obra del elemento	pisos con tabiques frágiles o pavimentos rígidos sin juntas	1/500
	pisos con tabiques ordinarios o pavimentos rígidos con juntas	1/400
	resto de los casos	1/300
Confort de los usuarios Cualquier combinación de acciones característica, considerando solamente las acciones de corta duración		1/350
Apariencia de la obra Cualquier combinación de acciones casi permanente		1/300

# ESTADOS LIMITE DE SERVICIO

## DB SEGURIDAD ESTRUCTURAL

## LIMITES DE FLECHAS



Criterio de validez		Valor límite
Integridad de los elementos constructivos	Desplome total	1/500 de la altura total del edificio
	Desplome local	1/250 de la altura de la planta, en cualquiera de ellas
Apariencia de la obra		1/300

# BIBLIOGRAFIA

---

La documentación presentada se ha obtenido de las siguientes fuentes:

## **CTE- DB SE-M**

### **Estructuras de madera. diseño y cálculo (3ª edición) (2003)**

R. Argüelles y F.Arriaga

AITIM (712 páginas)

( Incluye un Anexo de Actualización )

Presentaciones PowerPoint del curso “ **VI CURSO DE PROYECTO DE ESTRUCTURAS DE MADERA ORIENTADO AL ANALISIS DE LOS TIPOS ESTRUCTURALES MAS FRECUENTES**” organizado por el Colegio Oficial de Ingenieros de Montes celebrado del 18 al 21 de Junio de 2007.

Autores: F. Arriaga, M. Esteban, R. Argüelles, M. Guaita.

[www.infomadera.net](http://www.infomadera.net)